HISTOIRE

DES

SCIENCES MATHÉMATIQUES

ET PHYSIQUES.

HISTOIRE

DES

SCIENCES

MATHÉMATIQUES

ET PHYSIQUES,

PAR

M. MAXIMILIEN MARIE,

RÉPÉTITEUR DE MÉCANIQUE
ET EXAMINATEUR D'ADMISSION A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.

TOME IV.

DE DESCARTES A HUYGHENS.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE,

QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS, 55.

—

1884

TABLE DES MATIÈRES.

HUITIÈME PÉRIODE.

De DESCARTES, né en 1596,
à CAVALIERI, né en 1598.

Noms des savants de cette Période.

	Né en	Mort en
DESCARTES	1596	1650
LA FAILLE	1597	1652
DE RHEITA	1597	1660
RICCIOLI	1598	1671
HARDY	1598	1678

HUITIÈME PÉRIODE.

Cette période voit s'effectuer dans la méthode deux révolutions capitales, toutes les deux dues à Descartes : l'union s'établit enfin entre l'abstrait et le concret, entre l'Algèbre et la Géométrie, mais, quoique la méthode de calcul de Descartes soit peut-être supérieure à celle qui a fini par prévaloir, elle est presque aussitôt remplacée par la méthode moderne. En même temps la Géométrie se reforme sur de nouvelles bases, dont s'emparera bientôt la Mécanique, par la réduction de toutes les questions semblables à une seule, au moyen de la théorie des coordonnées; et les solutions négatives des problèmes de Géométrie sont réalisées.

La théorie des équations reçoit aussi de nouveaux développements.

Descartes fait recevoir la loi de la réfraction, énoncée par Snellius, définit après Képler les fonctions des différentes parties de l'œil, et explique le phénomène de l'arc-en-ciel.

L'Algèbre de Descartes.

Commençons par la conception de Descartes pour tra aux relations entre grandeurs concrètes, par une méthc rationnelle que celle de Viète, les théories d'Algèbre qui jusqu'alors servi à l'étude des conditions de dépendanc nombres. Cette conception est si simple qu'il suffira, p mettre en pleine lumière, de rapporter les quelques mots par le Descartes la fait connaître. On remarquera la légèreté de avec laquelle il opère une si grande révolution, mais on s aussi que la chose avait été trop finement dite pour être com du vulgaire.

« Tous les problèmes de Géométrie, dit-il, se peuvent ré à tels termes qu'il n'est besoin, par après, que de connaît longueur de quelques lignes droites pour les construire. Et co toute l'Arithmétique n'est composée que de quatre ou cinq rations, qui sont : l'addition, la soustraction, la multiplica la division et l'extraction des racines, qu'on peut prendre une espèce de division, ainsi n'a-t-on autre chose à faire en (métrie, touchant les lignes qu'on cherche, pour les préparer à connues, que leur en ajouter d'autres, ou en ôter, ou bien *ayant une que je nommerai l'unité, pour la rapporter d'au mieux aux nombres, et qui peut ordinairement être prise à crétion, puis en ayant encore deux autres, en trouver une q trième qui soit à l'une de ces deux comme l'autre est à l'un ce qui est le même que la multiplication, ou bien en trouver quatrième, qui soit à l'une de ces deux comme l'unité est à l'aut ce qui est le même que la division, ou, enfin, trouver une ou de*

ou plusieurs moyennes proportionnelles entre l'unité et quelque autre ligne, ce qui est le même que tirer la racine carrée ou cubique, etc. Et je ne craindrai pas d'introduire ces termes d'Arithmétique en la Géométrie, afin de me rendre plus intelligible. » Et ailleurs : « *Il est à remarquer que par a^2 ou b^3 ou semblables, je ne conçois ordinairement que des lignes toutes simples, encore que, pour me servir des noms usités en Algèbre, je les nomme des quarrés ou des cubes.* »

Il entendait en effet par a^2 la troisième proportionnelle à la grandeur prise pour unité et à a; par b^3 la longueur $\frac{b^2}{u}\frac{b}{u}$, etc.

Cette méthode de Descartes était la bonne et la plus convenable aux spéculations théoriques; elle ne lui a pas survécu beaucoup plus longtemps qu'à Viète la sienne, mais, cette fois, le changement n'a pas été un progrès.

La Géométrie analytique.

Nous passons à la seconde révolution opérée par Descartes.

Les courbes qu'avaient étudiées les anciens s'étaient présentées à eux, non pas sans ordre réel, puisque leur invention était née de besoins éprouvés, mais au moins sans ordre appréciable; d'un autre côté, il n'existait aucun lien entre ces courbes, ni aucun moyen d'en établir, de sorte que l'étude de l'une ne pouvait en rien profiter à celle des autres; enfin, leur identité même était loin d'être établie, car une même courbe, un peu compliquée, jouissant d'une infinité de propriétés toutes différentes, comporte par conséquent une infinité de définitions, dont la concordance peut

souvent être fort difficile à apercevoir. La *Géométrie* analytique est née du besoin de mettre de l'ordre et de la méthode dans des recherches poursuivies jusque-là sans plan arrêté et sans préparation suffisante. Les principes de cette nouvelle *Géométrie* sont tellement simples que quelques mots suffiront pour les résumer.

Toute définition d'une courbe comprend en elle-même l'indication des procédés à suivre pour construire cette courbe par points, c'est-à-dire pour en obtenir successivement autant de points que l'on voudra, et aussi rapprochés les uns des autres qu'il sera désirable. Le procédé consiste toujours à reproduire un nombre quelconque de fois une même figure définie, mais dépendant d'un élément variable à volonté. Pour chaque valeur de cet élément, la figure prend une forme déterminée, et les constructions échafaudées aboutissent chaque fois à un point particulier, qui est l'un des points de la courbe définie. Quand l'élément variable change, le point trouvé change aussi, et, si l'on imagine que cet élément croisse d'une manière continue, en même temps le point correspondant se déplacera d'une manière continue et décrira la courbe qu'on avait en vue.

Le principal inconvénient des définitions anciennes des courbes tenait à ce que la figure mobile que nous venons de considérer changeant de forme lorsque la courbe changeait, la mise en rapport de deux courbes, définies séparément, devenait presque impossible; la constatation même de l'identité d'une courbe définie successivement de plusieurs manières différentes pouvait souvent présenter des obstacles insurmontables; enfin, la théorie d'une courbe devant naturellement résulter de l'étude de la loi de déformation de la figure mobile propre à l'engendrer, une même courbe comportait autant de théories distinctes qu'on pouvait lui conce-

voir de modes de génération. L'étude préalable, souvent laborieuse, de la figure mobile était chaque fois à recommencer.

La première question à résoudre était donc de ramener a quelques types fixes, entre lesquels on pourrait ensuite choisir, selon les cas, les figures mobiles qui devraient servir à construire par points toutes les courbes.

Or la position d'un point sur un plan dépend de deux éléments, et donner un de ces éléments, c'est donner une ligne sur laquelle doit se trouver le point. Donner les deux éléments propres à déterminer un point, c'est donc donner deux lignes qui iront s'y couper, c'est-à-dire la figure à construire pour obtenir le point. Si, d'ailleurs, la nature des éléments choisis reste toujours la même, la figure mobile conservera la même forme et les définitions de toutes les courbes deviendront comparables entre elles.

Mais ce n'est encore qu'un des côtés de la question : la figure mobile, propre à engendrer une courbe, restant toujours la même. la loi de déformation de cette figure, c'est-à-dire la définition même de la courbe, ne peut plus être qu'une relation entre les deux éléments, toujours les mêmes, qui déterminent chaque point. Les courbes seront donc définies par des équations, et l'étude de ces courbes ne sera autre chose que l'étude de leurs équations.

Les deux éléments choisis pour fixer la position d'un point sont les coordonnées de ce point. Il existe une infinité de systèmes de coordonnées; mais, dans chaque système, les définitions de toutes les courbes sont comparables : l'étude de ces courbes comprend les mêmes recherches et peut être préparée d'avance par l'établissement préalable de formules générales, fournissant les solutions, toutes calculées, des principaux problèmes simples

qui, par leurs combinaisons diverses, forment toutes les questions spéciales qu'on peut avoir à envisager.

Cela posé, il est facile de se représenter ce que deviendra la méthode. En premier lieu, une courbe se présentant sous une définition quelconque, si on a adopté un système de coordonnées adopté et que, dans cette première question, on laisse complètement indéterminé ce qu'il peut y avoir de variable dans les bases de ce système, on aura l'équation la plus générale de la courbe dans ce système, c'est-à-dire son équation type, de sorte que, si plus tard la même courbe se représente sous une autre définition, en recherchant son équation dans le même système de coordonnées, particularisé alors de façon à simplifier autant que possible les calculs, il suffira de comparer l'équation particulière à l'équation générale pour constater l'identité de la courbe pour lui donner immédiatement son nom et en connaître toutes les propriétés étudiées à l'avance.

Ainsi, en premier lieu, l'identité d'une même courbe sera toujours facile à reconnaître, quelle qu'en soit la définition.

D'un autre côté, la mise en rapport de deux courbes quelconques, rapportées au même système de coordonnées, s'obtiendra de la manière la plus simple; en effet, le rapport élémentaire dont se composent tous les autres est le rapport constitué par le concours en un même point, c'est-à-dire le rapport d'intersection; or la représentation simultanée de deux courbes dans un même système de coordonnées fournit immédiatement les moyens de trouver leurs points de rencontre. En effet, les coordonnées du point de rencontre des deux courbes, devant satisfaire à la fois à leurs deux équations, seront données par la résolution algébrique du système de ces deux équations. Ainsi, la question

la plus générale que comporte l'étude des courbes sera rattachée à la difficulté analytique la plus élémentaire. L'étude spéciale des solutions fournies, selon les cas, par le système des équations des deux courbes, mettra d'ailleurs en évidence les rapports plus intimes que ces deux courbes pourront avoir : ainsi, si deux solutions se confondent, les courbes seront tangentes; si trois solutions se confondent, elles auront même cercle osculateur, etc; si deux solutions sont rejetées à l'infini, les deux courbes seront tangentes à l'infini, c'est-à-dire asymptotes, etc.

Cela posé, voici quelle sera la marche à suivre dans l'institution de la nouvelle *Géométrie*. On commencera par établir les formules de transformation nécessaires pour changer les bases du système de coordonnées, tout en restant dans le même système : ces formules permettront plus tard de reconnaître les différentes formes que pourra affecter l'équation d'une même courbe, par conséquent de choisir chaque fois celle de ces formes qui conviendra le mieux à la recherche qu'on aura en vue, mais surtout d'arriver à la forme la plus simple de l'équation de chaque courbe.

En second lieu, comme la droite et le cercle sont destinés à être mis à chaque instant en rapports avec les lignes plus compliquées, pour en faire ressortir les propriétés, on refera, dans le système de coordonnées adopté, les théories complètes de ces deux lignes, c'est-à-dire qu'on établira d'avance les formules des solutions de tous les problèmes élémentaires qui s'y rapportent. Ces formules seront d'un usage continuel, puisque les mêmes problèmes élémentaires, dont les bases seront alors prises sur la courbe étudiée, composeront nécessairement, par leurs combinaisons, toutes les questions qu'on pourra avoir à résoudre dans l'étude des rapports de cette courbe avec la droite et le cercle.

Ces préliminaires posés, on passera à l'étude spéciale des courbes représentées par les équations les plus simples. Ces courbes, si le système de coordonnées a été bien choisi, seront elles-mêmes les plus simples, par conséquent les plus usuelles, c'est-à-dire les plus utiles à connaître.

Les mêmes principes s'étendent d'eux-mêmes sans difficulté à la *Géométrie* à trois dimensions, c'est-à-dire à la *Géométrie* des surfaces : il faut trois éléments pour déterminer la position d'un point dans l'espace; les coordonnées d'un point seront donc au nombre de trois; une surface sera représentée par une équation entre les trois coordonnées d'un de ses points; enfin, une ligne sera représentée par le système de deux équations entre les trois coordonnées.

Telle est, en quelques mots, l'heureuse inspiration de Descartes pour la rénovation de la Géométrie tout entière.

L'invention de la Géométrie analytique n'a pas manqué, comme toutes les autres inventions, de donner lieu, de la part des historiens, à des recherches de paternité aussi inutiles que déraisonnables.

Beaucoup de géomètres, depuis Apollonius, à qui on aurait pu, encore mieux qu'à d'autres, attribuer l'invention de Descartes, ont rapporté des courbes à un de leurs diamètres et à la tangente menée à l'une des extrémités de ce diamètre; ils ont, comme Apollonius, recherché et établi les équations de ces courbes, c'est-à-dire, pour chacune d'elles, la loi de dépendance qui existait entre l'abcisse et l'ordonnée, dans le système d'axes choisi.

Cavalieri, Fermat, Roberval et beaucoup d'autres l'ont fait avant la publication de la Géométrie de Descartes, ou à peu près

au moment où elle paraissait. Cela devait être, puisque l'ouvrage d'Apollonius était alors dans toutes les mains.

Mais la Géométrie analytique ne consiste pas à rapporter une courbe à un système d'axes choisi exprès pour elle, puis une autre courbe à un autre système d'axes. Au contraire elle consiste à rapporter au même système d'axes toutes les courbes simultanément envisagées dans une même recherche, de façon à remplacer l'étude de leurs contingences par celle des solutions communes à leurs équations. Elle consiste à mettre en jeu, à côté de l'équation de la courbe à étudier, celles de lignes plus simples, rapportées au même système d'axes : des droites, des cercles, des coniques, etc., qui, par l'étude des relations qu'elles pourront avoir avec la courbe proposée, en feront discerner les propriétés.

Personne avant Descartes n'avait songé à donner une équation à la ligne droite; mais, si quelque géomètre y avait pensé par désœuvrement, il aurait bonnement pris cette droite pour axe des x, et serait revenu sans résultat, parce que les *ordinatim applicatæ* de la droite étant alors évanouissantes, elle n'eût pas eu d'équation.

J'ai bien cru pouvoir signaler dans Archimède quelques vestiges d'éléments de Géométrie analytique, mais c'est parce que ce grand homme, ayant à mettre en relation une parabole et une droite, exprime, comme nous le ferions aujourd'hui, la tangente de l'angle que la droite fait avec l'axe de la parabole, au moyen du rapport de la différence des ordonnées de deux de ses points à la différence de leurs abscisses.

Interprétation des solutions négatives des problèmes.

Les solutions algébriques d'un problème impossible ne so que fictives par rapport à l'énoncé même de ce problème, et l'o a dû d'abord les rejeter d'une façon absolue. Cependant on s'e bientôt aperçu que, débarrassées du signe d'impossibilité, ce solutions pouvaient non seulement représenter autre chose qu des non-sens, mais former même des réponses parfaitement précises et intelligibles à des questions toujours peu différentes d celles qui les avaient fournies.

En thèse générale, lorsqu'un phénomène présente plusieur phases, si l'hypothèse a mal à propos borné les prévisions au limites de l'une d'elles, il arrive que la réponse fournie par l'Algèbre indique, par les termes dans lesquels elle est conçue, qu c'était à l'une des phases voisines que la question, bien compris eût dû se rapporter, et il n'est généralement pas difficile de procéder à la rectification nécessaire.

D'ailleurs, dès que le fait qui vient d'être énoncé a pu êt nettement compris, il n'a pas été difficile de s'élever directeme à une conception plus haute, qui a pris aujourd'hui une importance capitale dans les Sciences mathématiques. Le signe d'impossibilité, qui pouvait affecter les valeurs des inconnues d'u problème, indiquant le passage d'une phase à l'autre du phénomène étudié, on a pu concentrer dans les mêmes formules l représentation simultanée des lois relatives aux différentes phase en admettant à l'avance la variété dans la nature des répons qui pourraient être fournies. A l'intérieur des limites de l'un des phases, prise pour type, les réponses seront claires par elles

mêmes; en dehors de ces limites, elles le seront tout autant, par interprétations prévues.

C'est à l'aide de ces principes très simples que l'on a pu supprimer, durant cette Période, l'obligation où l'on était auparavant de prévoir toutes les inversions que pourraient présenter les parties d'une figure relative à une question de Trigonométrie, par exemple; et que Descartes, en particulier, a pu concevoir représentées par une même équation les branches d'une même courbe, comprises dans les quatre angles formés par les axes de coordonnées.

Les solutions singulières que peut fournir l'Algèbre sont de deux sortes, négatives ou imaginaires. L'interprétation des solutions imaginaires est d'origine toute récente, et nous n'aurons à nous en occuper que beaucoup plus tard. Commençons par les solutions négatives : l'interprétation de ces solutions est fondée sur cette remarque que le système des valeurs trouvées pour les inconnues, prises positivement, satisferait aux équations du problème, pourvu qu'on y changeât les signes des termes de degrés impairs par rapport aux inconnues trouvées négatives. A cette modification des équations correspond généralement, pour l'énoncé, une modification facile à saisir.

Or, l'établissement de cette règle se réduit à peu de chose : les équations, quelles qu'elles soient, possibles ou impossibles, étant toujours traitées de la même manière, on peut concevoir les solutions arithmétiques obtenues comme représentant, dans tous les cas, les valeurs actuelles de formules littérales, que l'on eût obtenues en laissant la question posée dans toute sa généralité. Ces formules littérales, lorsqu'on les aurait trouvées, satisferaient aux équations résolues, pourvu que les substitutions fussent faites

comme elles devraient l'être si toutes les opérations indiquées étaient d'elles-mêmes possibles. Mais la substitution algébrique correspond à un mode précis de substitution arithmétique. Ainsi si la valeur arithmétique d'un polynôme est affectée du signe *moins*, ce signe disparaît dans les puissances paires et ne se conserve que dans les puissances impaires ; plus généralement, le produit d'un nombre impair de polynômes, dont les valeurs se trouvent affectées du signe *moins*, est lui-même négatif, tandis que le produit d'un nombre pair de pareils polynômes a le signe *plus* : les valeurs absolues des inconnues, trouvées négatives, doivent donc satisfaire aux équations modifiées suivant la règle énoncée.

C'est par application de cette règle d'Algèbre, au moins entrevue, que l'on a pu apercevoir la possibilité de donner aux formules de Trigonométrie une entière généralité, en attribuant des signes convenables aux lignes trigonométriques des angles, considérés dans les différents quadrants. C'est ainsi, notamment, qu'on a pu donner un sens clair et précis aux solutions négatives des équations qui résolvent tous les problèmes relatifs à la division des arcs.

Il est moins certain que Descartes, en fondant les bases de la Géométrie analytique, ait envisagé les difficultés de la question qui aurait dû le préoccuper avant tout, de savoir si les arcs de courbes, contenus dans les trois derniers angles des axes de coordonnées, et dont les points étaient fournis par les solutions négatives par rapport à x, ou à y, ou à x et y, de l'équation dont les solutions positives avaient fourni l'arc construit dans le premier angle, se feraient suite les uns aux autres et au premier arc.

Il est probable qu'à cet égard il s'est contenté de la vérification constante fournie par toutes les expériences.

BIOGRAPHIE

DES

SAVANTS DE LA HUITIÈME PÉRIODE

ET

ANALYSE DE LEURS TRAVAUX.

DESCARTES.

(Né à Lahaye (Touraine) en 1596, mort en Suède en 1650.)

René Descartes, seigneur du Perron, malgré la fermeté avec laquelle il a toujours refusé toutes sortes de titres, était d'une famille noble, qui avait vu plusieurs de ses membres s'élever à des postes éminents dans la magistrature, dans l'église et dans l'armée. Son père était conseiller au Parlement de Bretagne; sa mère, Jeanne Brochard, était fille du lieutenant général pour la province du Poitou. Il naquit le 31 mars 1596. Sa mère perdit la vie peu de jours après la lui avoir donnée; elle était très faible, et Descartes hérita d'elle une santé fort débile, qui ne se rétablit que très tard.

Il entra en 1604 au collège de La Flèche, que dirigeaient les Jésuites. « Non content de ce qui s'enseignait dans le collège, il y parcourut avidement tous les livres qui traitent des Sciences les plus curieuses et les plus rares, persuadé que la lecture des bons livres est comme une conversation avec les plus honnêtes gens

des siècles passés, qui en ont été les auteurs, mais une conversation étudiée, dans laquelle ils ne découvrent que les meilleures de leurs pensées. » (*Discours de la Méthode*). Parmi ses amis de collège, se trouvait celui qui fut depuis le Père Mersenne, avec qui il conserva toujours des relations intimes.

Dès ses dernières années de collège, Descartes eut conscience de la vanité ou de l'absurdité de la plupart des choses qui formaient les cours d'études d'alors ; son esprit inquiet ne se reposait que dans l'étude des Mathématiques, à laquelle il se livra avec ardeur. « Ce qui le charmait particulièrement dans les Mathématiques, et surtout dans l'Arithmétique et la Géométrie, était la certitude et l'évidence de leurs raisons; mais il n'en comprenait pas encore le vrai usage. » (*Discours de la Méthode*).

Descartes quitta le collège en 1612 pour retourner près de son père. Quelque temps après, il vint à Paris, où il renoua amitié avec Mersenne, et se remit à l'étude de la Géométrie et de l'analyse des anciens. En 1617, à l'âge de vingt et un ans, sollicité par sa famille de prendre un parti, il choisit la carrière des armes, non pas qu'il songeât le moins du monde à devenir un grand capitaine. Il se charge lui-même, dans une de ses lettres, de prévenir toute erreur à cet égard : « Bien que la coutume, dit-il, et l'exemple fassent estimer le métier de la guerre comme le plus noble de tous, pour moy, qui le considère en philosophe, je ne l'estime qu'autant qu'il vaut, et même j'ai bien de la peine à lui donner place entre les professions honorables, voyant que l'oisiveté et le libertinage sont les deux principaux motifs qui y portent aujourd'hui la plupart des hommes. »

Descartes, en entrant dans la carrière militaire, voulait seulement se mettre en position de pouvoir voyager, ce qui n'était

facile alors qu'à des hommes en armes et rassemblés. Il servit d'abord sous les ordres du prince Maurice de Nassau. Ce prince aimait les Mathématiques et les mathématiciens, et c'est là sans doute ce qui attira Descartes vers lui. Les deux années de pleine paix qu'il passa cette fois en Hollande y furent surtout employées par lui dans le commerce des savants qu'il rencontrait à la cour du prince.

Un jour qu'il était en garnison à Bréda, une affiche écrite en flamand, autour de laquelle la foule était groupée, attira ses regards. C'était l'énoncé d'un problème de Géométrie qu'on proposait à résoudre. Descartes, qui ne comprenait pas le flamand, se fit expliquer de quoi il s'agissait. Celui à qui il s'adressa, et qui n'était autre que le mathématicien Beekmann, principal du collège de Dort, trouva la question fort étrange de la part d'un militaire; il y répondit avec un ton pédantesque et des airs de supériorité. Le lendemain, Descartes lui apportait la solution du problème.

Descartes quitta le service de la maison d'Orange après l'odieuse exécution de Barneveldt et se mit à voyager en Allemagne (1619). Il servit dans les troupes du duc de Bavière, mais toujours en philosophe, les quitta à Ulm pour s'y lier d'amitié avec Jean Faulhaber, professeur de Mathématiques, qu'il étonna par son savoir, et les rejoignit peu de temps après (1620) pour les quitter de nouveau et passer (1621) en Hongrie sous les ordres du comte de Bucquoy. A la mort de ce dernier, arrivée peu de temps après, il quitta entièrement le service des armes.

Nous le voyons alors, tourmenté par une sorte de fièvre de locomotion, parcourir en curieux une partie de l'Allemagne du Nord, revenir en Hollande, traverser la France, la Suisse, le

Tyrol, l'Italie, puis revenir en France, cherchant partout l[es]
hommes avec qui il pût entrer en communication d'idées et do[nt]
il pût apprendre quelque chose.

Toutefois, il est à remarquer qu'il ne chercha pas à voir Galil[ée]
quoi qu'il en eût eu l'occasion en passant à Florence en 162[.]
Il est probable que son attachement à la foi catholique, sa dév[o]tion au Saint-Siège et la circonspection qu'il a toujours mont[rée] dans toutes les circonstances où la religion pouvait avoir pa[rt] l'engagèrent à éviter de se lier avec l'ami de Fra Paolo Sarpi [,] des principaux chefs de la République de Venise, dont les dém[êlés] avec le Pape avaient eu trop de retentissement en Europe po[ur] ne pas suggérer à notre philosophe l'idée d'une grande réserve.

De retour à Paris, il renoua avec Mersenne et Mydorge [ses] anciennes relations et se lia avec d'autres savants : Hardi, co[n]seiller au Châtelet; de Beaune; Morin, docteur en Médecine [et] professeur de Mathématiques au Collège de France; de Vil[le] Bressieux, chimiste et mécanicien; Desargues, et Balzac. Mais [il] les quitta brusquement pour assister au siège de La Rochel[le] auquel il prit même part comme volontaire amateur.

Après la reddition de la ville, il revint à Paris et prit aussi[tôt] les dispositions nécessaires pour aller s'établir en Hollande. [Il] arriva à Amsterdam en 1629 et y demeura quelque temps; [il] séjourna ensuite successivement dans un grand nombre de vil[les] des États. Enfin il se fixa à peu près dans une petite vil[le,] Egmond-de-Binnen.

Pendant son séjour à Amsterdam, il s'était lié, avec le p[ère] d'Huyghens, d'une amitié qui ne se démentit plus. Il se fit enc[ore] d'autres amis, entre autres Renerius (Reneri), de Waessen[aer,] Hooghelande, qui l'aidèrent dans ses recherches et ses exp[ériences]

ciences. Mais il s'attira la haine d'un ministre luthérien, Voëtius, recteur de l'Université d'Utrecht, qui mit tout en usage pour lui susciter des adversaires et manqua réussir à lui causer de sérieux embarras en le représentant comme un ennemi de la religion et de l'Etat. Voëtius avait poussé la rage jusqu'à traiter Descartes de vagabond, de Caïn, d'athée digne du bûcher de Vanini, mais il fut solennellement condamné par une sentence de l'Université de Groningue.

Vers ce temps-là, Descartes perdit une fille qu'il chérissait extrêmement et la société de la princesse palatine Élisabeth, qui avait reçu ses leçons et lui avait voué une affection enthousiaste.

Ces chagrins ramenèrent Descartes à Paris, où il eut le bonheur de faire la connaissance de Clerselier, qui resta depuis lors un de ses meilleurs amis.

Clerselier était beau-frère de l'ambassadeur de France en Suède, Chanut. C'est cette circonstance qui amena Descartes à écouter les propositions que lui faisait la reine Christine de Suède, de venir s'établir à sa cour. Il arriva à Stockholm au mois d'octobre 1649 et fut reçu à l'ambassade de France. Au mois de janvier, Chanut fut pris d'une fluxion de poitrine et son nouvel ami, qui ne le quittait que lorsque la reine le faisait appeler, eut le bonheur de le voir entrer en convalescence, mais lui-même fut atteint du même mal, auquel il succomba le 11 février 1650.

Son corps fut ramené à Paris par les soins de notre ambassadeur ; il est déposé dans un caveau de l'église Sainte-Geneviève.

Les manuscrits qu'il avait laissés furent adressés à Clerselier, qui les collationna et en publia ce qui pouvait être imprimé.

Nous allons énumérer d'abord ses principaux ouvrages.

Le premier qu'il publia ne parut qu'en 1637.

Descartes avait conçu depuis longtemps et exécuté déjà pour la plus grande partie un ouvrage considérable, *les Mondes*, qui devait renfermer toutes ses recherches sur la Géométrie, la Physique et la Philosophie. Mais il redoutait de se mettre en opposition avec l'enseignement de l'Église; et l'avis de la condamnation de Galilée le retint. « Je sais bien, dit-il dans une lettre à Mersenne, que les sentences prononcées par le tribunal de l'Inquisition ne font pas foi en matière de dogme et qu'il faut premièrement que le concile y ait passé. Mais je ne suis point si amoureux de mes pensées que de vouloir me servir de telles exceptions pour avoir le moyen de les maintenir. » Les bûchers se rallumaient alors un peu partout; mais on ne peut pas supposer que la crainte seule des persécutions ait déterminé Descartes à la suppression de son ouvrage de prédilection, puisqu'il est resté toujours et partout, même en Suède, fidèle à la foi catholique, de son plein gré et sans arrière-pensée. Il fit faire toutefois quelques démarches près la cour de Rome, pour se mettre en sûreté dans le cas où il publierait son *Monde*, mais il y renonça bientôt; la partie de cet ouvrage qui a trait à la Cosmogonie ne fut publiée que plus tard, sous le titre : *Des Principes*.

En 1636, sollicité de tous ses amis, qui ne pouvaient se consoler de la suppression du *Monde*, il en fit parvenir au Père Mersenne, à Paris, pour obtenir le privilège du roi, quatre traités séparés : le *Discours de la Méthode*, la *Dioptrique*, les *Météores* et la *Géométrie*.

Sa réputation était déjà si grande que le privilège lui fut accordé « pour faire imprimer non seulement les quatre traités dont il était question, mais encore tout ce qu'il avait é

jusque-là et tout ce qu'il pourrait écrire dans la suite de sa vie, en telle part que bon lui semblerait, dedans et dehors le royaume de France, et le public lui aurait l'obligation des inventions qu'il aurait à publier. » (1637).

La *Dioptrique* essuya quelques objections de la part de Fermat, à qui Mersenne avait envoyé l'ouvrage avec prière d'en donner son opinion. Fermat, pour se donner un titre près de Descartes, écrivit les deux excellents petits traités *De maximis et minimis* et *De inventione tangentium linearum curvarum,* et les adressa à Descartes, qui eut le tort d'en juger trop précipitamment d'une manière défavorable; il en résulta une discussion assez vive qui fut changée bientôt en querelle par l'aigreur que Roberval, ami de Fermat, apporta dans la dispute. Le débat fut solennellement porté au tribunal de quatre arbitres : Roberval et Pascal le père, pour Fermat; Desargues et Mydorge, pour Descartes. Mais Fermat qui n'aimait pas la guerre y mit bientôt fin en faisant les premières avances.

Ce fut à cette époque que le père Mersenne inventa la roulette ou cycloïde. Descartes en trouva la tangente par cette règle si simple qui a constitué depuis l'une des bases de la théorie du centre instantané de rotation.

A partir de cette époque, Descartes ne s'est plus occupé du Géométrie : il fit paraître successivement ses *Méditations métaphysiques,* en 1641 ; ses *Principes de philosophie,* dédiés à la princesse Élisabeth, en 1644; son *Traité des passions de l'âme,* en 1649. Il laissa inachevés, incomplets ou informes, ses traités *De l'homme et de la formation du fœtus; Des règles pour conduire l'esprit à la recherche de la vérité;* un autre intitulé : *Studium bonæ mentis;* son *Dialogue sur la recherche de la*

vérité par la seule lumière naturelle, et d'autres petits écrits qui furent publiés par Clerselier, en 1668.

Il nous reste à analyser les principaux de ses ouvrages.

Les Mondes.

Le premier ouvrage de Descartes, *les Mondes*, ne nous est pas parvenu tel qu'il avait été conçu d'abord; Descartes en a détaché les meilleures parties, qui ont paru sous des titres divers; ce qu'il en est resté, dans le *Livre des principes*, ne contient guère que ces théories cosmiques, sans aucun fondement, qui, après avoir excité pendant quelque temps une admiration immodérée, ont ensuite servi de prétexte aux critiques les plus amères.

Le XVIIIe siècle a été injuste envers Descartes. L'homme est ainsi fait qu'il ne peut supporter le doute en quelque matière que ce soit : les découvertes de Copernic, de Tycho-Brahé et Képler ayant renversé toutes les idées cosmogoniques anciennes, les *tourbillons* devaient nécessairement éclore dans quelque tête. Descartes a fait tort à sa gloire en se chargeant prématurément de résoudre toutes les questions qui surgissaient des découvertes qu'on venait de faire, mais qui pourrait dire que le bruit immense qui se fit autour des questions qu'il avait soulevées ne servit pas à fixer la destinée de Newton? Les erreurs de Descartes ont en tout cas fait couler plus d'encre que de sang : c'est au moins une atténuation à sa faute.

Les recherches que fit Descartes en Anatomie n'ont plus aujourd'hui aucune valeur, mais elles prouvent au moins qu'il entendait son métier de philosophe.

Nous circonscrirons donc notre étude aux trois traités q

aisaient suite au discours de la *Méthode*, dans l'édition originale de 1638, savoir : la *Dioptrique*, les *Météores* et la *Géométrie*, et à un petit traité de Mécanique que Clerselier y a joint. Ce sont les seuls ouvrages scientifiques de Descartes qui puissent aujourd'hui fixer l'attention.

La Dioptrique.

Quoiqu'on n'ait jamais rien pu tirer de pratique de la *Dioptrique*, elle restera toujours un vrai et légitime titre de gloire pour Descartes. Le but propre de cet ouvrage est la recherche de a figure des verres de lunettes. Descartes rappelle d'abord la loi e la réflexion, qu'il essaye de démontrer *a priori* par l'exemple 'une balle lancée obliquement contre une surface polie. Il suppose, dans cette démonstration, que la vitesse totale du mobile oive rester la même après qu'avant le choc, et, admettant que la mposante parallèle à la surface réfléchissante ne doive pas être térée, il en conclut que la composante normale ne le sera pas n plus.

Il donne de la loi de la réfraction, qui venait d'être découverte r Snellius, une démonstration analogue, en supposant qu'au ment du passage de la lumière d'un milieu dans un autre, composante de sa vitesse, prise parallèlement à la surface réfringente, reste constante, et que la vitesse totale est modifiée dans rapport dépendant de la nature des deux milieux.

Cette hypothèse conduit bien immédiatement à la loi des *sinus*; ais peut-être pourrait-on, à plus juste titre, dire que la loi des nus a déterminé le choix de l'hypothèse. Car le raisonnement Descartes conduirait plutôt à admettre que la composante normale de la vitesse doive être réduite dans un certain rapport, la

composante tangentielle restant la même ; seulement, alors, c
ne seraient plus les sinus des angles d'incidence et de réfracti
qui conserveraient un rapport constant, mais leurs tangentes,
ce n'était pas ce qu'il fallait démontrer.

Enfin Descartes explique la conformation de l'œil, la mani
dont les rayons lumineux s'y comportent, les sensations qu'
produisent et comment nous voyons.

Ces préliminaires posés, Descartes, arrivant à la question pri
cipale, démontre que si l'on avait construit, en verre ou en to
autre matière transparente, un ellipsoïde de révolution autour
l'axe focal, un faisceau de rayons parallèles à l'axe pénétrant d
cette matière par tous les points d'une des moitiés de la surf
irait converger au foyer opposé, pourvu seulement que le r
port du grand axe à la distance des foyers, dans l'ellipse gén
trice, fût égal au rapport constant des sinus des angles qu'
rayon lumineux, brisé à son passage de l'air dans la mati
transparente employée, fait avec la normale au point d'in
dence.

Il résulte de là que, si l'on avait une lentille concave-conve
dont la surface convexe fût une calotte de cet ellipsoïde, et
surface concave une calotte sphérique, ayant pour centre le fo
où les rayons doivent aller concourir, comme cette sphère ser
rencontrée normalement par tous les rayons, d'abord parall
à l'axe, qui auraient pénétré dans la lentille, ils poursuivrai
leur chemin en ligne droite jusqu'au foyer. Réciproquement,
rayons partant de ce foyer traverseraient normalement la surf
sphérique, et, en se réfractant sur la surface ellipsoïdale, ils ém
geraient parallèlement à l'axe. Au contraire, si la surface conv
était une calotte sphérique et la surface concave une calotte ell

ïdale, les rayons parallèles à l'axe qui tomberaient sur la sur-
ce concave se réfracteraient en divergeant du foyer, et récipro-
uement les rayons convergeant vers le foyer qui pénétreraient
ar la surface sphérique se réfracteraient parallèlement à l'axe.

Avec deux lentilles convenablement disposées, on pourrait donc
sément rapprocher de l'œil ou en éloigner à volonté le sommet
un faisceau de rayons divergents, puisqu'il suffirait de rendre
rayons parallèles, au moyen de la première lentille, et conver-
nts, en avant de l'œil, au moyen de la seconde, ou divergents
n point plus éloigné. Or, c'est tout ce qu'on se propose
btenir des instruments d'optique.

Les lentilles hyperboliques jouissent de propriétés entièrement
alogues à celles des lentilles elliptiques; elles présenteraient
me un avantage, parce que la marche des rayons provenant
points non situés sur l'axe se soustrait à la théorie et que, sui-
t Descartes, l'inconvénient serait moins grand avec des len-
es hyperboliques.

La *Dioptrique* produisit, lorsqu'elle parut, une impression pro-
de en Europe. Tout le monde voulut faire des lunettes carté-
nes, mais les difficultés étaient presque insurmontables. Le
i du verre ne peut en effet s'obtenir que par frottement et
surface splanes ou sphériques sont les seules que les ouvriers
issent obtenir avec sûreté.

Au reste, on a depuis longtemps abandonné toutes tentatives
ar réaliser le rêve de Descartes : les travaux de Newton en ont
montré l'inanité. On pouvait en effet attendre de bons effets
la découverte de Descartes, tant qu'on ignora la composition
la lumière blanche et l'inégale réfrangibilité des couleurs pri-
tives; mais il est évident maintenant que le rapport du grand

axe de l'ellipse ou de l'hyperbole génératrice de la lentille, la distance de ses foyers devant dépendre du pouvoir réfringent de la matière transparente employée, on ne pourrait, en tout cas, réunir au foyer que les rayons d'une même couleur.

Les Météores.

Nous dirons peu de chose des *Météores*, qui ressemblent encore un peu trop à un extrait du *Monde*. Ils contiennent cependant la première explication exacte qu'on ait eue de l'arc-en-ciel.

On savait, depuis Aristote, que l'arc-en-ciel est produit par les rayons du soleil renvoyés dans un certain ordre par les gouttes de pluie; mais, jusqu'à la fin du XVIe siècle, on s'était toujours obstiné à chercher dans la réflexion seule la variété des couleurs qu'il présente. Un physicien de Breslau, Fleischer, dans un ouvrage publié en 1571, avait cherché à expliquer l'arc-en-ciel par une double réfraction et une réflexion, mais il imaginait que la lumière, traversant une goutte de part en part, allait ensuite se réfléchir sur une autre goutte placée derrière la première pour revenir à l'œil de l'observateur. Ce fut Antonio de Dominis qui, le premier, eut l'idée de faire réfléchir la lumière dans l'intérieur de la goutte avant de l'en faire ressortir; il ne pouvait, d'ailleurs, rendre raison de l'angle sous lequel l'observateur voit le rayon de l'arc, et se trompa complètement dans l'explication de l'arc secondaire qu'il ne soupçonna pas dû à une double réflexion de la lumière dans l'intérieur des gouttes.

Il ne suffit pas qu'un rayon de lumière parvienne à notre œil pour y exciter une sensation, il faut qu'un faisceau entier de rayons sensiblement parallèles pénètre dans la pupille; or, les

faisceaux de rayons solaires qui tombent parallèlement sur la utte d'eau, il n'y en a qu'un seul, savoir celui qui est éloigné rayon central entre les 85 et 86 centièmes du rayon du bule, qui, après la réfraction et la réflexion, soit encore comé de rayons parallèles. Il n'y a donc que ce faisceau de lumière puisse exciter la sensation sur un œil éloigné; or, il émerge a goutte en faisant un angle d'à peu près 41° 30′ avec la direc- de la ligne qui va du Soleil à la goutte ou à l'œil de l'obser-eur, ce qui est la même chose, et, par conséquent, l'observa- doit voir le rayon de l'arc-en-ciel principal sous cet angle 41° 30′.

'est en effet ce que trouva Descartes. Mais nous ne voudrions donner à penser qu'il ait exprimé, comme il est bien facile ourd'hui de le faire d'après Newton, la condition pour qu'un on incident, après ces deux réfractions et sa réflexion, pût cter l'œil, ni, à plus forte raison, qu'il ait obtenu analytique- t la condition de parallélisme, au sortir de la goutte, entre des ons provenant de deux rayons tombés sur cette goutte en des nts infiniment voisins.

oici comment Descartes opère : il divise en 10 000 parties les l'un des rayons du grand cercle de la goutte, déterminé le plan diamétral perpendiculaire à la droite menée vers le il, et il suit de proche en proche, dans un premier calcul, les ons lumineux qui, prolongés dans l'intérieur de la goutte, ent passer par les points de ce rayon marqués

1000, 2000, 3000, 4000, 5000, 6000, 7000, 8000, 9000;

alcule les angles dont ces rayons ont été déviés, après leur

passage à travers la goutte, et il trouve

5°40′, 11°19′, 17°56′, 22°30′, 27°52′, 32°56′, 37°26′,
40°44′, 40°57′,

sur quoi il dit : « Et il est aisé à voir en cette table qu'il y a l
plus de rayons qui font l'angle d'environ 40° qu'il n'y en a qu
fassent moindre. »

Et, comme ces rayons, déviés de 40° environ, sont ceux qui s
tombés aux points marqués 8000 et 9000, il recommenc
calcul, en réduisant l'intervalle des essais, pour les rayons lu
neux qui tomberaient aux points marqués

8100, 8200, 8300, 8400, 8500, 8600, 8700, 8800, 890
9000, 9100, 9200, 9300, 9400, 9500, 9600, 9700, 980

il trouve alors pour les angles de déviation :

40°58′, 41°10′, 41°20′, 41°26′, 41°30′, 41°30′, 41°28
41°22′, 41°12, 40°57′, 40°36′, 40°4′, 39°26′, 37°32.
38°38′ 36°6′, 34°12′, 31°31′.

« Et je vois ici, dit-il, que le plus grand angle peut
de 41°30′, à quoi ajoutant 17′ pour le demi-diamètre du So
j'ai 41°47′ pour le plus grand diamètre de l'arc-en-ciel i
rieur. »

Il opère de même pour l'arc-en-ciel extérieur et trouve
son demi-diamètre 51°37′.

Il est évident que Descartes a bien vu qu'il s'agissait au
d'une question de maximum ou de minimum; il est clair a
que la méthode qu'il emploie est celle dont il conviendrait

dans la pratique, toutes les fois que le calcul ne pourrait pas être institué; mais ce n'était pas le cas ici.

Quant à la coloration de l'arc, Descartes dit simplement que la lumière réfractée par la goutte se comporte comme celle qui a traversé un prisme de verre.

Il est curieux de remarquer que Descartes ne paraît pas absolument fixé sur le sens de la marche de la lumière, des objets vers l'œil ou de l'œil vers les objets. Il dit, en effet, dans l'une des premières pages de sa *Dioptrique :* « Ainsi faut-il avouer que les objets de la vue peuvent être sentis, non seulement par le moyen de l'action, qui, étant en eux, tend vers les yeux; mais, ussi par le moyen de celle qui, étant dans les yeux, tend vers ux. Toutefois, pour ce que cette action n'est autre chose que la lumière, il faut remarquer qu'il n'y a que ceux qui peuvent voir pendant les ténèbres de la nuit comme les chats, dans les yeux lesquels elle se trouve; et, que, pour l'ordinaire des hommes, ils ne voient que par l'action qui vient des objets; car l'expérience nous montre que ces objets doivent être lumineux ou illuminés pour être vus; et non point nos yeux pour les voir. »

Descartes croyait à l'instantanéité de la transmission de la lumière, ce qui ne doit pas étonner, mais il la démontrait par l'exemple d'un bâton dont les deux bouts s'avancent en même temps lorsqu'on le pousse dans le sens de sa longueur.

Il trouvait fort singulier qu'on pût admettre qu'une balle restât un certain temps très court en contact avec la surface d'un corps, avant de rebondir. Voici, en effet, comment il s'exprime au commencement du second discours ou chapitre de sa *Dioptrique :* « Par conséquent, on ne doit pas imaginer qu'il soit nécessaire qu'elle s'arrête au point de rencontre avant que de se relever,

ainsi que font plusieurs de nos philosophes ; car, si son mouv ment était une fois interrompu par cet arrêt, il ne se trouver aucune cause qui le fît par après recommencer. »

La Géométrie.

On voit que Descartes a remué bien des idées, sondé bien questions ; mais, de ce grand travail, il ne reste guère aujourd'h d'intact que sa *Géométrie* dont nous allons donner une analy plus succinte que nous ne voudrions.

La *Géométrie* de Descartes n'est pas, comme on pense bi un Traité de Géométrie analytique ; c'est un simple aperçu ce que va pouvoir devenir cette branche de la Science, dès q l'idée de l'inventeur aura été comprise, c'est-à-dire une so d'introduction familière à un traité que l'auteur laisse à fa à ses successeurs immédiats, et dont il se borne à indiquer premières bases. Des trois livres qui composent l'ouvrage, l deux premiers ont seuls trait à la Géométrie ; le troisième, q offre un résumé substantiel des connaissances déjà acquises Algèbre avant Descartes, fait simplement l'office d'un cad ou puissent trouver place la démonstration de la fame règle des signes et la résolution de l'équation du quatri degré. Le second livre est en partie absorbé par la théorie d fameuses ovales, dont nous aurons peu de choses à dire.

Au point de vue où nous devons nous placer, nous ne devo considérer dans la *Géométrie* de Descartes que trois points ess tiels, où l'auteur expose sa manière de comprendre l'applicati de l'Algèbre à la solution des problèmes de Géométrie, le mo de représentation des courbes au moyen de leurs équations, en la solution générale du problème des tangentes.

Nous avons eu déjà bien souvent l'occasion de marquer la part qui revient à Descartes dans la grande révolution par laquelle toutes les questions concrètes ont été enfin ramenées à des questions abstraites d'Algèbre.

Nous n'y reviendrons donc pas : nous nous bornerons à rappeler que, moyennant l'intervention de l'unité abstraite, indéfinie, qui ne remplit jamais qu'un rôle de présence, toutes ses équations ont un sens immédiat, bien que les grandeurs y entrent directement, au lieu de leurs mesures comme dans notre Algèbre moderne.

Descartes nous apprend que c'est en s'essayant au problème cité par Pappus comme ayant arrêté Euclide et Apollonius, que lui vint l'idée de son système de Géométrie analytique.

Voici ce qu'il dit à ce sujet :

« La question qui avoit été commencée à résoudre par Euclide et poursuivie par Apollonius, sans avoir été achevée par personne, étoit telle : Ayant trois, ou quatre, ou plus grand nombre de lignes droites données par position, premièrement on demande un point duquel on puisse tirer autant d'autres lignes droites, une sur chacune des données, qui fassent avec elles des angles donnés, et que le rectangle contenu en deux de celles qui seront ainsi tirées d'un même point ait la proportion donnée avec le carré de la troisième, s'il n'y en a que trois; ou bien avec le rectangle des deux autres, s'il y en a quatre; ou bien, s'il y en a cinq, que le parallélépipède composé de trois ait la proportion donnée avec le parallélépipède composé des deux qui restent et d'une autre ligne donnée; ou, s'il y en a six, que le parallélépipède composé de trois ait la proportion donnée avec le parallélépipède des trois autres; ou, s'il y en a sept, que ce qui se produit

lorsqu'on en multiplie quatre l'une par l'autre ait la donnée avec ce qui se produit par la multiplication de autres et encore d'une autre ligne donnée; ou, s'il y en a que le produit de la multiplication de quatre ait la p tion donnée avec le produit des quatre autres; et ainsi question se peut étendre à tout autre nombre de lignes. P cause qu'il y a toujours une infinité de divers points qui pe satisfaire à ce qui est ici demandé, il est aussi requis de con et de tracer la ligne dans laquelle ils doivent tous se trouv Pappus dit que, lorsqu'il n'y a que trois ou quatre lignes d données, c'est en une des trois sections coniques; mais il n'e prend point de la déterminer ni de la décrire, non plus que d'e quer celles où tous ces points se doivent trouver lorsque la q tion est proposée en un plus grand nombre de lignes. Seulen il ajoute que les anciens en avoient imaginé une qu'il montr y être utile, mais qui sembloit la plus manifeste et qui n'étoi toutefois la première, ce qui m'a donné occasion d'essayer si la méthode dont je me sers, on peut aller aussi loin qu'ils été. »

Ce problème était admirablement choisi pour montrer avantages du nouveau système de *Géométrie*, parce que la en équation reste la même, quel que soit le nombre des li données et quelle que soit, par conséquent, la difficulté du blème. Descartes montre d'abord que, si l'on considère en part lier une des droites données, qu'on désigne par y la ligne qui être menée du point cherché à cette droite, et par x la dist de son pied à un point marqué sur cette même droite, toute autres lignes qui devront être menées aux autres droites don s'exprimeront « chacune par trois termes, dont l'un est com

e la quantité inconnue y, multipliée ou divisée par quelque autre ›nnue, et l'autre de la quantité inconnue x, aussi multipliée et ivisée par quelque autre connue, et, le troisième, d'une quantité ›ute connue. » Puis il ajoute : « Vous voyez aussi que, multi- .iant plusieurs de ces lignes l'une par l'autre, les quantités et y, qui se trouvent dans le produit, n'y peuvent avoir que ıacune autant de dimensions qu'il y a eu de lignes à l'explica- on desquelles elles servent, qui ont été ainsi multipliées, en •rte qu'elle n'auront jamais plus de deux dimensions en ce qui e sera produit que par la multiplication de deux lignes, ni plus e trois en ce qui ne sera produit que par la multiplication de ois, et ainsi à l'infini.

« De plus, à cause que, pour déterminer le point cherché, il y a qu'une seule condition qui soit requise, à savoir que ce qui t produit par la multiplication d'un certain nombre de ces gnes soit égal ou ait la proportion donnée à ce qui est produit r la multiplication des autres, on peut prendre à discrétion ıne des deux quantités x ou y et chercher l'autre par cette uation. Ainsi, prenant successivement infinies diverses gran- urs pour la ligne y, on en trouvera aussi infinies pour la ne x, et on aura une infinité de divers points, par le moyen squels on décrira la ligne demandée. »

Il est remarquable que Descartes groupait ensemble les courbes deux degrés consécutifs : « Pour comprendre ensemble toutes courbes qui sont en la nature et les distinguer par ordre en rtains genres, je ne sache rien de meilleur que de dire que tous ırs points ont nécessairement quelque rapport à tous les points ıne ligne droite, qui peut être exprimé par quelque équation, tous par une même, et que, lorsque cette équation ne monte

que jusqu'au rectangle de deux quantités indéterminées, ou
au quarré d'une même, la ligne courbe est du premier et
simple genre, dans lequel il n'y a que le cercle, la parab
l'hyperbole et l'ellipse qui soient compris ; mais que, lors
l'équation monte jusqu'à la troisième ou quatrième dimens
des deux ou de l'une des deux quantités indéterminées, elle
du second ; et que, lorsque l'équation monte jusqu'à la cinquiè
ou sixième dimension, elle est du troisième, et ainsi des autres
l'infini. »

Après avoir ainsi établi les bases de son système de coord
nées, Descartes en fait connaître les usages : « De cela seul qu
sait le rapport qu'ont tous les points d'une ligne courbe à
ceux d'une ligne droite, ainsi que je l'ai expliqué, il est aisé
trouver aussi le rapport qu'ils ont à tous les autres points
lignes donnés, et ensuite de connaître les diamètres, les aissie
les centres et autres lignes ou points à qui chaque ligne cou
aura quelque rapport plus particulier ou plus simple qu'a
autres, et ainsi d'imaginer divers moyens pour les décrire
d'en choisir les plus faciles, et même on peut aussi par cela
trouver quasi tout ce qui peut être déterminé touchant la gr
deur de l'espace qu'elles comprennent, sans qu'il soit besoin
j'en donne plus d'ouverture, et enfin, pour ce qui est de tou
les autres propriétés qu'on peut attribuer aux lignes courbes, el
ne dépendent que de la grandeur des angles qu'elles font av
quelques autres lignes. Mais, lorsqu'on peut tirer des lign
droites qui les coupent à angles droits, aux points où elles so
rencontrées par celles avec qui elles font les angles qu'on ve
mesurer, ou, ce que je prends ici pour le même, qui coupent leu
contingentes, la grandeur de ces angles n'est pas plus malaisée

trouver que s'ils étoient compris entre deux lignes droites. C'est pourquoi je croirai avoir mis ici tout ce qui est requis pour les éléments des lignes courbes, lorsque j'aurai généralement donné la façon de tirer des lignes droites qui tombent à angles droits sur tels de leurs points qu'on voudra choisir; et j'ose dire que c'est ceci le problème le plus utile et le plus général, non seulement que je sache, mais même que j'aie jamais désiré de savoir en *Géométrie.* »

La solution que donne Descartes de ce problème général des tangentes ou plutôt des normales est celle sans doute qui s'est présentée la première à son esprit, et il la donne sans chercher à savoir s'il en peut exister une meilleure. Au lieu de déterminer directement l'équation de la tangente par la même règle algébrique qu'il va mettre en usage, il cherche celle du cercle qui aurait pour centre le pied de la normale sur l'axe des x, et pour rayon la distance de ce pied au point donné de la courbe; il exprime pour cela que l'équation résultant de l'élimination de x, par exemple, entre les équations du cercle et de la courbe, a deux racines égales à l'ordonnée du point de contact; c'est-à-dire que son premier membre est divisible par le quarré de y moins cette coordonnée. L'équation sur laquelle il opère a un degré plus élevé qu'il n'est nécessaire.

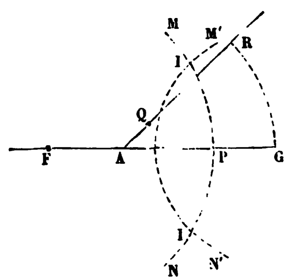
Descartes s'en aperçut, peu de temps après la publication de son livre, et ses lettres renferment l'indication d'une méthode moins détournée.

Notons encore qu'une conséquence toute naturelle de l'adoption du système de coordonnées de Descartes fut la réalisation des solutions négatives qui jusqu'alors avaient simplement été traitées de fausses. Ce fut un nouveau titre pour Descartes : les valeurs

négatives des inconnues recevant une interprétation en Géo-
tric analytique, on s'est habitué à en rechercher le sens
toutes les questions où les équations les présentaient, ce qui
quelque sorte doublé l'étendue du champ des formules et pe
de ramener toutes les questions à un nombre moitié moin
Observons toutefois que, sous ce rapport, la pratique
beaucoup devancé la théorie, qui ne prit naissance que bien
tard. Mais c'est toujours ce qui arrive; on s'empresse toujours
à appliquer les méthodes nouvelles qu'à les éclaircir.

La solution du problème des tangentes ou des normales
suivie de la théorie des *ovales* que Descartes voulait faire se
à la construction des lentilles convergentes. Voici la défini
de l'une de ces ovales :

Fig. 1.



F, G et A (*fig.* 1) sont trois points en ligne droite, choi
volonté; AR est une droite quelconque passant par le point A
point F comme centre, avec un rayon arbitraire, on décrit
circonférence MPN qui coupe FAG en P; on prend AQ tel

ait une valeur donnée moindre que 1, enfin, AR ayant été
s égal à AG, on décrit, du point G comme centre, avec RQ
nme rayon, une circonférence M′N′, qui coupe la première
x deux points I; ces deux points appartiennent à l'ovale, qui
sse au point A et est symétrique par rapport à FG.

La dernière partie de la *Géométrie* de Descartes ne traite plus
e de l'Algèbre. Après avoir reproduit d'après Viète, mais plus
nplement, la théorie de la transformation des équations et ses
ages, Descartes traite d'abord de la recherche des racines com-
ensurables et de la simplification d'une équation pour laquelle
en a trouvé; il passe ensuite à la résolution des équations du
oisième et du quatrième degré et à la construction de leurs
cines par des intersections de coniques. Il démontre de la ma-
ère suivante que ces racines ne pourraient pas être construites
u moyen de la règle et du compas seulement : « pour ce qui est
es problèmes solides, que j'ai dit ne pouvoir estre construits,
ns qu'on y emploie quelque ligne plus composée que la circu-
ire, c'est chose qu'on peut assez trouver, de ce qu'ils se rédui-
ent tous à deux constructions, en l'une desquelles il faut avoir
out ensemble les deux points, qui déterminent deux moyennes
roportionnelles entre deux lignes données: et en l'autre les deux
oints qui divisent en trois parties égales un arc donné : car,
autant que la courbure du cercle ne dépend que d'un simple
apport de toutes ses parties au point qui en est le centre, on ne
eut aussi s'en servir qu'à déterminer un seul point entre deux
xtrêmes, comme à trouver une moyenne proportionnelle entre
eux lignes droites données, ou diviser en deux un arc donné :
u lieu que la courbure des sections coniques, dépendant tou-

jours de deux diverses choses, peut aussi servir à déterminer le
points différents; » la remarque, je crois, n'avait pas été fa
avant Descartes.

Nous avons à dessein omis de mentionner la règle des sig
pour pouvoir en parler avec plus de détails. Voici tout ce qu
dit Descartes: il vient de former le premier membre de l'équa

$$x^4 - 4x^3 - 19x^2 + 106x - 120 = 0,$$

en faisant le produit des facteurs $(x-2)$, $(x-3)$, $(x-$
$(x+6)$, pour montrer, d'une part, qu'une équation peut av
autant de racines qu'il y a d'unités dans son degré, et, de l'au
que ces racines peuvent être aussi bien vraies que fausses (p
tives que négatives) mais qu'elle ne peut pas en avoir davant
Et il ajoute :

« On connoist aussi de cecy combien il peut y avoir de vr
racines, et combien de fausses en chaque équation. A sçavo
y en peut avoir autant de vrayes que les signes $+$ et -
trouvent de fois estre changez; et autant de fausses qu'i
trouve de fois deux signes $+$ ou deux signes $-$ qui s'e
suivent. Comme en la dernière, à cause qu'après $+x^4$ i
$-4x^3$, qui est un changement du signe $+$ en $-$, et
$-19xx$ il y a $+106x$, et après $+106x$, il y a -120, qui
encore deux autres changemens, on connoist qu'il y a trois v
racines et une fausse, à cause que les deux signes $-$ de 4
$19xx$ s'entresuivent. »

Autant que je m'en souviens, j'ai lu autrefois, dans les œ
de Descartes, une véritable démonstration de son beau théo
mais je ne la retrouve pas. Cependant, l'édition que j'ai so
yeux, qui est de 1664, doit être conforme à la première,

tes étant mort en 1650; la démonstration que j'ai lue dans ma nesse, et qui était complète, quoiqu'elle ne contînt que cinq six lignes, avait sans doute été ajoutée, sous les yeux de scartes, par un de ses commentateurs et amis.

Quoi qu'il en soit, le laconisme de Descartes dans le passage e je viens de citer explique et justifie les critiques de Wallis, dénégations de Rolle et l'utile intervention de de Gua.

La Mécanique.

Il ne nous reste plus qu'à dire un mot des vues de Descartes a Mécanique.

On trouve, dans ses lettres, les preuves qu'il rejetait l'horreur u vide et croyait à la pesanteur de l'air : « L'eau, dit-il, ne emeure pas dans les vaisseaux par la crainte du vuide, mais à ause de la pesanteur de l'air. » La lettre qui contient ce passage araît antérieure à la publication des découvertes de Torricelli.

Dans une autre adressée à Carcavi, postérieurement à l'expéience du Puy-de-Dôme, il demande des nouvelles de cette expéience que, dit-il, il avait, deux ans auparavant, conseillée à ascal.

On n'a de lui, sur la Mécanique, qu'un traité en quelques ages, écrit pour le père de Huyghens, mais qui a été joint au *iscours de la Méthode* dans quelques éditions.

Ce traité est intitulé : *Explication des machines et engins ar l'aide desquels on peut, avec une petite force, lever un fardeau fort pesant.*

« L'invention de tous ces engins n'est fondée, dit Descartes, ue sur un seul principe, qui est que la même force qui peut ever un poids, par exemple, de 100 livres à la hauteur de deux

pieds, en peut aussi lever un de 200 livres à la hau
pied, ou un de 400 à la hauteur d'un demi-pied, et
autres, si tant est qu'elle lui soit appliquée. »

Cet énoncé suffit pour montrer que les idées de Desc
Mécanique n'étaient pas très nettes; on y voit en effet qu'u
n'est pas une force ou qu'une force est autre chose qu'un
autrement il faudrait traduire: la même force qui peut en n
liser une autre sur un parcours de deux pieds en neutrali
une double sur un parcours d'un pied. Le mot *force* n'a donc
dans le langage de Descartes, le sens que nous lui donnons. I
évident que Descartes entend par force une somme d'efforts, n
qu'est-ce qu'une somme d'efforts? est-ce ce que nous appel
impulsion totale, $\int F dt$? alors le principe serait faux. Est-ce
travail $\int F ds$? il le faudrait pour que le principe fût vrai. Ma
alors l'énoncé ne serait que la traduction d'une remarque fai
sur les conditions d'équilibre des différentes machines et ne co
stituerait pas un principe.

En fait, c'est bien un travail que, sans le savoir, Descar
entend par le mot *force*. Ce sont évidemment les condition
connues de l'équilibre de la poulie, du levier et du treuil qui l
ont suggéré son principe, quoiqu'il paraisse au contraire s'
aider pour retrouver ces conditions. Il applique, il est vrai
même méthode à l'équilibre d'un corps placé sur un plan incli
mais la question venait d'être traitée par Stevin.

Descartes a dit quelque part, des ouvrages de Galilée sur
Mécanique, qu'il n'y avait rien trouvé dont il eût désiré é
l'auteur.

Il admet dans sa *Théorie du choc* le principe de la conser
tion de la quantité de mouvement, fondé sur l'idée de l'immu

ité divine; et un autre, à peu près inintelligible, qui n'est plus ıdé sur rien du tout.

Il conclut de ces principes, pour le cas de corps absolument ırs, que :

1° Si deux corps égaux se choquent avec des vitesses égales, ils réfléchiront en arrière, chacun avec sa vitesse;

2° Si l'un des deux est plus grand que l'autre, et que les tesses soient égales, le moindre seul sera réfléchi, et ils iront us deux du même côté avec les vitesses qu'ils avaient avant le oc.

3° Si deux corps égaux et ayant des vitesses inégales en sens ntraires viennent à se choquer, le plus lent sera entraîné, de rte que leur vitesse commune sera égale à la moitié de la mme de celles qu'ils avaient avant le choc;

4° Si l'un des deux corps est en repos et qu'un autre moindre ıe lui vienne le frapper, ce dernier se réfléchira sans imprimer l'autre aucun mouvement;

5° Si un corps en repos est choqué par un plus grand, il sera traîné et ils iront ensemble du même côté, avec une vitesse qui ra à celle du corps choquant, comme la masse de celui-ci est a somme des masses de l'un et de l'autre.

On voit par ces énoncés que Descartes n'avait pas une intelgence bien nette de son principe de la conservation de la quané de mouvement, dans le cas même de mouvements rectilignes.

Les tourbillons de Descartes.

Ces tourbillons, qui ont successivement excité l'admiration, ıis le rire, et enfin la pitié, avaient été d'abord imaginés par ıtre philosophe pour expliquer les phénomènes dus à la pesan-

...ner, mais, comme il n'en coûtait pas davantage, De
compte, du même coup, des mouvements des pla
du Soleil, de la Lune autour de la Terre, etc.; tou
mènes n'étaient que les manifestations diverses d
cause très simple : l'espace était rempli d'une subst
infiniment peu dense, mais animée d'un mouvemen
d'une vitesse... capable de donner le vertige au plus

M. Daubrée a publié en 1880, dans le *Journal de*
un très intéressant article sur Descartes considéré co
des créateurs de la Cosmologie et de la Géologie.

M. Daubrée s'étend peu, naturellement, sur les titre
logiques de Descartes, mais il lui tient compte avec ju
changement apporté par lui dans la manière de penser
de l'Univers.

« Dans une synthèse des plus hardies, dit-il, et dont
humain n'avait pas encore offert d'exemple, Descartes,
nuant à transporter la Mathématique dans des régions en
ment nouvelles, osait, le premier, considérer tous les phénom
célestes comme de simples déductions des lois de la Mécani

« Affirmer l'idée mère de la belle théorie cosmogonique
laquelle Laplace a couronné le magnifique édifice dont Copern
Képler et Newton avaient élevé les assises; proclamer l'unité
composition de l'univers physique; telles sont, entre autres, l
propositions fondamentales qu'avait suggérées à Descartes un
intuition merveilleuse qui n'appartient qu'au génie. »

Mais c'est surtout pour les idées qu'il a émises sur les révolu-
tions du globe que M. Daubrée réclame en faveur de Descartes,
dont les titres, à cet égard, avaient été en effet un peu trop passés
sous silence.

escartes ne dit pas que l'intérieur de la Terre soit encore urd'hui à l'état de fusion, mais il admet que toute la matière compose notre globe a été autrefois incandescente et il ique, par le refroidissement lent des couches extérieures, la for- ;on de la croûte solide, d'abord très mince, les dislocations par- ɜs que cette couche a éprouvées, l'apparition des montagnes ɜs vallées, la déviation des couches, de l'horizontalité, etc.

. Daubrée a exhumé une figure très remarquable que Des- ɜs avait dessinée pour expliquer ses conceptions géologiques.

LA FAILLE (JEAN-CHARLES DE).

(Né à Anvers en 1597, mort à Barcelone en 1652.)

;suite. Il professa les Mathématiques à Dôle, à Louvain, à lrid, puis devint professeur de l'infant don Juan d'Autriche; écéda de quelques années le père Guldin dans ses recherches les centres de gravité. Ses principaux ouvrages sont : *Theses hanicæ* (1625); *Theoremata de centro gravitatis* (Anvers, 2); *De centro gravitatis partium circuli et ellipsis theorea* (Louvain, 1632). Il joignait, dans ce dernier ouvrage, aux tions des problèmes indiqués dans le titre, des remarques sur ;pendance mutuelle des questions relatives à la rectification des bes et à la recherche des centres de gravité de leurs arcs, à la lrature des courbes et à la recherche des centres de gravité de s segments.

DE RHEITA (ANTOINE-MARIE-SCHYRLE).

(Né en Bohême en 1597, mort à Ravenne en 1660).

ıpucin. Il a rendu un véritable service en exécutant le téle- e à quatre verres convexes où les images sont redressées

teur, mais, comme il n'en coûtait pas davantage, I
compte, du même coup, des mouvements des p
du Soleil, de la Lune autour de la Terre, etc.; to
mènes n'étaient que les manifestations diverses
cause très simple : l'espace était rempli d'une sub
infiniment peu dense, mais animée d'un mouvem
d'une vitesse... capable de donner le vertige au plus

M. Daubrée a publié en 1880, dans le *Journal*
un très intéressant article sur Descartes considéré
des créateurs de la Cosmologie et de la Géologie.

M. Daubrée s'étend peu, naturellement, sur les tit
logiques de Descartes, mais il lui tient compte avec
changement apporté par lui dans la manière de pens
de l'Univers.

« Dans une synthèse des plus hardies, dit-il, et don
humain n'avait pas encore offert d'exemple, Descart
nuant à transporter la Mathématique dans des régions
ment nouvelles, osait, le premier, considérer tous les phé
célestes comme de simples déductions des lois de la Mé

« Affirmer l'idée mère de la belle théorie cosmogon
laquelle Laplace a couronné le magnifique édifice dont C
Képler et Newton avaient élevé les assises; proclamer l
composition de l'univers physique; telles sont, entre a
propositions fondamentales qu'avait suggérées à Desca
intuition merveilleuse qui n'appartient qu'au génie. »

Mais c'est surtout pour les idées qu'il a émises sur les
tions du globe que M. Daubrée réclame en faveur de D
dont les titres, à cet égard, avaient été en effet un peu tr
sous silence.

comme dans le télescope à trois verres convexes du P. Schei
mais moins déformées sur les bords et moins irisées, et le té
scope binocle, qui est devenu la lorgnette.

C'est le P. de Rheita qui a imaginé les noms d'*oculaire*
d'*objectif*.

Quant à ses ouvrages astronomiques, Delambre les traite
capucinades.

RICCIOLI (JEAN-BAPTISTE).

(Né à Ferrare en 1598, mort à Bologne en 1671.)

Entré dans la Compagnie de Jésus, il se livra tout entier à l'étu
de l'Astronomie, par ordre de ses supérieurs, qui pensaient trouv
en lui un antagoniste à opposer aux astronomes du Nord, lesqu
se plaignaient que le système de Copernic n'avait été jusqu'al
jugé, en Italie, que par des théologiens. Chargé d'attaquer
admirable système, Riccioli entassa tous les arguments qu'il
imaginer; mais, à la manière dont il en parle, « on croirait,
Delambre, entendre un avocat chargé malgré lui d'une ca
qu'il sait mauvaise, qui n'apporte que des arguments pitoyab
parce qu'il n'y en a pas d'autres, et qui voit lui même que
peine est perdue. » Riccioli convenait, d'ailleurs, que, envis
comme hypothèse, le système de Copernic est le plus beau, le p
simple et le mieux imaginé.

« Jamais, dit-il, on n'a assez admiré et jamais on n'admi
assez le génie, la profondeur, la sagacité de Copernic, qui,
trois mouvements d'un globule comme la Terre, est parver
expliquer ce que les astronomes n'ont jamais pu représenter s

ıe folle complication de machines, et qui, dispensant les fixes de · mouvement diurne si rapide, qui s'accorde si difficilement rec leur mouvement général autour des pôles de l'écliptique, cplique si heureusement les stations et les rétrogradations, la récession des équinoxes; qui, enfin, comme Hercule, a pu sou-:nir seul un poids qui avait écrasé tant d'Atlas. » C'est après ce ıagnifique éloge que Riccioli passe à la réfutation. La transition st bonne à noter : « Heureux, ajoute-t-il, s'il avait su se contenir .ans les bornes de l'hypothèse ! »

Malgré ses erreurs systématiques, on ne peut nier que ce savant, :garé dans une mauvaise voie, n'ait rendu quelques services . l'Astronomie, à la Géographie et à la Chronologie. Ses princi-›aux ouvrages, dont nous allons dire quelques mots, sont : *Almagestum novum Astronomiam veterem novamque continens, observationibus aliorum et propriis novisque theorematibus, problematibus, ac tabulis promotam* (Bologne, 1653); *Astronomia reformata* (1665); *Geographiæ et hydrographiæ reformatæ libri XII* (1661); *Chronologia reformata et ad certas conclusiones reducta* (1669).

L'*Almagestum novum* débute par cette preuve de la nécessité de la réforme grégorienne, que le sang de saint Janvier ne manquait jamais de se liquéfier le 19 septembre (nouveau style), preuve suffisante de l'erreur des almanachs. On pourrait en extraire beaucoup d'autres traits de même force. Cependant l'auteur est intelligent, mais décidé à défendre une mauvaise cause.

Il avait songé à employer le pendule à la mesure du temps, « avant d'avoir lu le livre de Galilée. » Contredire les hérétiques est bien, mais les dépouiller est encore mieux.

Il propose de faire tourner Jupiter et Saturne autour de la

Terre, Mercure, Vénus et Mars autour du Soleil, et le Soleil au[...]
de la Terre.

L'obliquité doit être constante, parce que Dieu n'a pas [...]
vouloir obliger les astronomes à recommencer sans cesse les ta[...]
de l'écliptique.

La libration de la Lune, qui commençait à préoccuper les as[...]
nomes, donne cependant à Riccioli l'occasion d'ébaucher quel[...]
idées heureuses.

Il croyait voir dans l'anneau de Saturne deux satellites distin[...]
formant cependant une sorte d'ellipse. La figure exacte du [...]
gulier appendice de Saturne n'a été déterminée que plus [...]
par Huyghens.

En somme, Riccioli a fort peu fait pour la Science ; ses ouvr[...]
ne sont guère qu'un long bavardage, où toutes les opinio[...]
tous les systèmes sont exposés, sans préférence marquée [...]
aucun, et accompagnés de réflexions peu judicieuses.

HARDY (CLAUDE).

(Né au Mans vers 1598, mort à Paris en 1678.)

Avocat au parlement de Paris et plus tard conseiller au [...]
telet, il avait fait une étude profonde des Mathématiqu[...]
Descartes appréciait beaucoup son mérite. Il le choisit [...]
arbitre, avec Mydorge, dans sa discussion au sujet du trai[...]
maximis et minimis de Fermat. Hardy a donné une tradu[...]
latine des *Données* d'Euclide (1625).

NEUVIÈME PÉRIODE.

De CAVALIERI, né en 1598,
à HUYGHENS, né en 1629.

Noms des savants de cette Période.

	Né en	Mort en
Cavalieri	1598	1647
de Lalouère	1600	1664
de Fermat	1601	1665
de Beaune	1601	1652
Kircher	1601	1680
Fontana	1602	
Roberval	1602	1675
Otto de Guericke	1602	1686
Dodson		1657
Glauber	1603	1668
de Malvasia	1603	1664
Courcier	1604	1692
Boulliau	1605	1694
Frénicle de Bessy	1605	1675
Borelli	1608	1679
Torricelli	1608	1647
Wharton	1610	1673
Bobart	1610	1679
Ferdinand II de Toscane	1610	1670
Hevelius	1611	1687
Bosse	1611	1678
Tacquet	1612	
Perrault	1613	1688
Niceron	1613	1646
Léopold de Médicis	1613	
Clersellier	1614	1686
Van Heuraet	1615	
Wallis	1616	1703
de Sarassa	1618	1667
Mouton	1618	1694
Grimaldi	1618	1663
Horrox (ou Horrocks)	1619	1641
Crabtée		
Schooten	1620	1661
Lord Brouncker	1620	1684

	Né en	Mort en
ATOR	1620	1687
D	1620	1682
ITTE	1620	1684
ÈVRE	1620	1674
IYGNE	1620	1644
	1620	1689
IET	1620	1674
NI	1622	1703
USE	1622	1685
E	1623	1662
L	1623	1662
NS	1624	1683
NI	1624	1683
IHAM	1624	1689
ITT (Jean)	1625	1672
HOLIN (Erasme)	1625	1698
NI (Dominique)	1625	1712
O	1625	1662
(Francisco)	1626	1698
E	1627	1691
IGHI	1628	1694

NEUVIÈME PÉRIC

CETTE période voit naître et se dévelo
indivisibles, qui peut se rattacher
géométrique, à celle qu'Archimède
parer les segments de conoïdes aux segmen
qu'elle diffère en ce qu'elle est fondée sur le ca
la plus de généralité.

Le calcul des indivisibles peut être consid
lant à notre calcul intégral, borné à l'intégr
différentielles. Il en diffère cependant en ce qu
de toute autre théorie.

Notre calcul intégral n'a pas, à proprement
propre : sauf quelques transformations et ré
sables, il n'est que l'inverse du calcul différenti
nos procédés d'intégration se réduisent à com
placées sous le signe sommatoire, au tableau
connues. Au contraire la méthode des indiv
rien à aucune autre et se suffit à elle-même, pa
tions s'y font directement.

On verra peut-être avec étonnement que le
pris naissance avant le calcul différentiel; cep

s surprendre extrêmement : les problèmes de la quadrature des res planes contenues dans des contours curvilignes, de la cubare des volumes enfermés dans des surfaces courbes, de la rectiation des lignes courbes, ou de la quadrature des surfaces urbes s'imposent en effet si bien d'eux-mêmes à l'attention 'ils sont posés de toute antiquité. Tandis que celui des affec ons intimes des courbes ou surfaces, dans leurs éléments infitésimaux, ne pouvait être imaginé qu'à la suite de recherches jà très délicates. Ainsi le premier venu a l'idée de la recherche l'aire d'une surface courbe, tandis que, par exemple, Voltaire est même pas parvenu à comprendre ce qu'on pouvait bien tendre par le cercle osculateur à une courbe en l'un de ses oints, quoiqu'il connût la solution du problème.

La méthode des indivisibles, remplacée presque aussitôt après on invention par le calcul intégral, a laissé peu de traces dans es esprits : on la connaît très peu ; elle mérite cependant d'être tudiée avee soin : elle correspond en effet à une phase très importante de l'évolution de l'esprit mathématique.

Nous n'entrerons pas ici dans le détail des solutions obtenues, dans la période qui nous occupe, des quatre grands problèmes énoncés plus haut : on trouvera ces détails dans l'analyse que nous donnerons des travaux des principaux instaurateurs de la méthode. Il suffira ici, pour caractériser cette méthode, de considérer en particulier le problème de la quadrature des aires planes enfermées dans des contours curvilignes, auquel se ramènent plus ou moins immédiatement les trois autres.

Soit

$$y = f(x)$$

l'équation, en coordonnées rectangulaires, par exemple, de la

courbe dont on veut obtenir le segment compris entre les ordonnées $x = x_0$ et $x = x_1$:

On trouve d'abord, très nettement énoncé dans Roberval, le principe que, si $f(x)$ se compose de plusieurs parties positives et négatives, $\varphi(x)$, $\psi(x)$, $\chi(x)$.... l'aire cherchée se compose des aires des courbes

$$y = \varphi(x),$$
$$y = \psi(x),$$
$$y = \chi(x);$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots,$$

combinées avec les mêmes signes.

C'est l'équivalent de notre principe que l'intégrale d'une somme est la somme des intégrales des parties. Au point de vue concret, il se traduit, chez les géomètres de la période qui nous occupe, par cette observation que l'aire d'une courbe ne dépend pas de la figure droite ou courbe de la base à partir de laquelle sont comptées les ordonnées de cette courbe, mais seulement de la grandeur de ces ordonnées et de la loi qui les lie à la distance qui les sépare de la première d'entre elles.

Cela posé, et l'ordonnée $y = f(x)$ de la courbe à quarrer étant réduite autant que possible, si l'on conçoit la distance $x_1 - x_0$ des ordonnées extrêmes, divisée en un très grand nombre de parties égales, dont l'une sera h, l'un des éléments de l'aire à obtenir sera

$$hf(x)$$

et cette aire sera elle-même représentée par

$$\sum hf(x_0 + nh);$$

du moins, l'aire cherchée sera fournie par la limite de cette somme, pour n infini.

La formule n'est pas encore notée ainsi ; elle n'est même énoncée qu'en langage ordinaire, mais cela importe peu : elle n'en équivaut pas moins absolument à la nôtre :

$$\int_{x_0}^{x_1} f(x)\,dx;$$

seulement ce n'est pas précisément la somme

$$\Sigma_0^{n-1}\, hf(x_0 + nh),$$

que recherchent les Géomètres de la période qui nous occupe, du moins jusqu'à Pascal : c'est le rapport de l'aire en question au rectangle qui aurait la même base que le segment, et pour hauteur l'ordonnée extrême de la courbe, c'est-à-dire

$$\frac{\Sigma_0^{n-1}\, hf(x_0 + nh)}{nhf(x_1)};$$

le motif de leur préférence est que ce rapport se transforme immédiatement en

$$\frac{\Sigma_0^{n-1}\, f(x_0 + nh)}{nf(x_1)},$$

et que l'évaluation d'une somme finie d'éléments infiniment petits se trouve ainsi remplacée par celle du rapport de deux sommes infinies d'éléments finis, en nombre illimité. Cette préférence s'explique aisément parce que les méthodes de calcul n'ayant pas encore reçu les développements qui seraient nécessaires, c'est au moyen de figures que se font les démonstrations, même arithmétiques ; or, les éléments finis des termes du rapport

cou
ord
O
prin
nég
aires

comb
C'e
somn
concr
occup
pas de
sont c
grand
qui le
Cela
réduit
des or
partie
obteni

et cett

llis débarrassa la théorie de la quadrature des paraboles de considérations géométriques : le rapport

$$\frac{\Sigma_0^{n-1}(nh)^m}{n(nh)^m}$$

luit à

$$\frac{\Sigma_0^{n-1}(n)^m}{n^{m+1}};$$

allis fait très bien voir qu'il ne s'agit que d'obtenir la limite $n = \infty$ du rapport de la somme des $m^{\text{ièmes}}$ puissances des bres entiers de 1 à n à n fois la $m^{\text{ième}}$ puissance du dernier; s, ne pouvant calculer la somme $\Sigma_0^{n-1} n^m$, il se borne à nir de proche en proche les valeurs limites du rapport qui upe. Toutefois il parvint, par induction, à la formule géné- du rapport,

$$\frac{1}{m+1},$$

aperçue par Cavalieri.

'est Pascal qui, sur ce point, compléta la théorie en apportant démonstrations générales. Il calcula, comme nous le ferions ourd'hui, les sommes successives des puissances semblables et ières d'une suite de nombres en progression arithmétique. Il a de différence qu'en ce que, ne connaissant pas la formule érale du coefficient du terme général de la puissance m d'un nôme, il donne, dans les exemples qu'il prend, leurs valeurs mériques aux coefficients.

Wallis voulut étendre ses inductions au cas d'une hyperbole

$$y = \frac{1}{x^m} = x^{-r}$$

qu'il imagina de faire rentrer dans le genre parabole e
pour cela les exposants négatifs, mais ses procédés c
lui permettaient de trouver la limite du rapport

$$\frac{\Sigma(n)^m}{n^{m+1}},$$

qu'autant que la somme Σ aurait pour limite inférieu
Le premier terme de la somme se trouvait dès lors inf
géomètre anglais ne put lever la difficulté qui en résult
contraire la méthode de Pascal lui permettait de faire com
la progression des nombres à un terme quelconque, mêm
partenant pas, il le fait remarquer, à la suite des mu
entiers de la raison.

J'ai déjà dit que Roberval avait donné des théorèmes re
quables sur les sommes de sinus ou de quarrés de sinus d'arc
progression arithmétique allant de o à π ou à 2π, mais qu'i
servait accessoirement de ces théorèmes, sans prétendre à calc
l'aire du cercle.

Wallis avait eu cette visée, et il voulut faire rentrer enco
courbe

$$y=\sqrt{1-x^2},$$

dans le genre parabole. Il serait superflu de dire qu'il n'y par
pas, mais il est remarquable qu'il trouva, autant que fai
pouvait, la quadrature du cercle en découvrant sa fameuse
mule de π, par des considérations, au reste, bien difficil
saisir.

Il s'en faut beaucoup que ce court résumé puisse donner
idée même approximative du talent déployé par les géom

nt je viens de parler : il ne se rapporte qu'à la partie algé-
ique ou plutôt arithmétique de la méthode des indivisibles, nsidérée sous sa première forme. C'est par les combinaisons ométriques qu'ils imaginent pour se servir utilement de oyens encore si faibles et surtout pour ramener les unes aux itres non seulement les quatre grandes questions énoncées plus iut, mais aussi celle des centres de gravité, que les géomètres cette période montrent un vrai génie. Mais nous ne pourrions itrer ici dans les détails de ces combinaisons: nous les ferons onnaître autant que possible dans l'analyse des travaux des ivers inventeurs.

Quant à Pascal, il doit être étudié à part : nous n'avons, dans e qui précède, parlé que de son intervention dans la solution du roblème de la quadrature des paraboles de tous les degrés; nous errons que ses ouvrages contiennent, sous une forme vicieuse il st vrai, tous les principes du calcul intégral, et jusqu'aux formules de quadrature des expressions de la forme

$$\sin^m x\,dx.$$

Les démonstrations sont purement géométriques, ce qui nous mpêche de les résumer ici; aucune formule n'est notée; le igne Σ n'est même pas employé; de plus, Pascal parle encore identiquement le langage de Cavalieri, c'est-à-dire qu'il supprime oujours, dans tous ses énoncés, les facteurs infiniment petits que ious appelons dx, dy, ds, etc., et ne conserve que les sommes infinies des abscisses, des ordonnées, des arcs, etc. Pour cela, quand il doit introduire dans un même énoncé plusieurs sommes que nous représenterions par

$$\int F_1(x)\,dx,\ \int F_2(y)\,dy,\ \int F_3(s)\,ds,$$

:e nouveau changement de point de vue introduit une ques-
n intéressante dont nous devons dire un mot : dans la Géo-
trie ancienne, un rectangle de base A et de hauteur B est
igné par *ce qui est contenu sous* A *et* B ou *ce qui provient de*
et de B; toute surface autrement délimitée est égale à un
tain rectangle et par conséquent est toujours ce qui est con-
ıu sous deux lignes; par exemple, le cercle est ce qui est
ntenu sous la circonférence et la moitié du rayon.

De même un parallélépipède rectangle est ce qui est contenu
us trois lignes, et tous les volumes autrement délimités sont
menés à être aussi ce qui est contenu sous trois lignes.

Là le sens est toujours clair.

Les géomètres modernes supposent les dimensions linéaires de
ırs figures rapportées à l'unité usuelle et ils prennent pour
ités de surface et de volume le quarré et le cube construits sur
te unité.

Or, quels que soient la surface ou le volume qu'ils veuillent
aluer, ils trouvent toujours que leurs mesures sont les produits
s mesures de deux ou de trois lignes.

Pourquoi cela?

Pourquoi la mesure d'une surface, par exemple, ne pourrait-
e pas être celle d'un élément linéaire de la figure qui la termine?
urquoi un triangle ne pourrait-il pas contenir autant de
ètres quarrés qu'une ligne formée convenablement d'éléments
ıéaires de ce triangle, côtés, hauteurs, bissectrices, médianes,
yons des cercles inscrit ou circonscrit, etc., contient de
ètres?

La réponse est si facile qu'on n'aurait pas dû laisser subsister
question :

La règle à suivre pour former la longueur dor
mètres serait égale à la mesure en mètres quarrés
designée, cette règle ne pourrait pas être généra
convenir à toutes les surfaces de même espèce. E
convenait à toutes, elle conviendrait notamment à
de ces surfaces qui seraient semblables entre elles;
étant supposée générale, elle assignerait à deux su
blables, pour les représenter, les mesures de lignes h
ou de lignes composées de parties homologues; de
semblables seraient donc entre elles comme leurs lig
logues.

Cette explication était nécessaire pour permettre de tr
à la Géométrie moderne le principe d'homogénéité é
Viète sur d'autres considérations.

Progrès de l'Arithmétique.

La théorie des nombres n'avait fait aucun progrès d
Théon de Smyrne et Diophante. Fermat lui fait faire u
immense par la découverte des théorèmes qui portent son
Cavalieri, Wallis et Pascal somment un grand nomb
suites.

Wallis trouve, pour la valeur du rapport de la circonfére
au diamètre,

$$\pi = \frac{2.4.4.6.6.8.8\ldots}{3.3.5.5.7.7.9.9\ldots},$$

et établit les bases de la théorie de l'interpolation.

Le calcul des probabilités, qui avait pris naissance entre les mains de Lucas de Burgo, s'accroît par les travaux de Pascal et de Fermat.

Progrès de l'Algèbre.

De Beaune détermine les limites supérieure et inférieure des racines réelles d'une équation numérique; Pascal imagine son triangle arithmétique pour le calcul rapide des coefficients du développement d'une puissance désignée d'un binôme. Wallis introduit la notation des exposants fractionnaires et négatifs. Mercator découvre le développement en série de $L(1+x)$. De Sluse développe la méthode de construction des racines des équations algébriques par l'intersection de courbes. En même temps, l'Algèbre s'enrichit de la règle pour la décomposition des équations qui ont des racines égales.

Progrès de la Géométrie.

Dans cette neuvième Période, remplie par les travaux de Cavalieri, de Fermat, de Roberval, de Wallis et de Pascal, les méthodes de Descartes pour les tangentes et les maximums prennent des développements qui permettent de prévoir l'avénement prochain du calcul différentiel; en même temps les procédés sommatoires annoncent de même le calcul intégral.

Cette époque est au moins comparable, pour les progrès de la Géométrie, à celle d'Archimède, d'Apollonius et d'Euclide.

Sans revenir ici sur les travaux de Descartes, nous rappellerons

du moins sa méthode géométrique pour la construction des tangentes à toutes les épicycloïdes, méthode qui est devenue depuis la base de la théorie du centre instantané de rotation.

La méthode géométrique de Roberval pour les tangentes, mal présentée par un de ses élèves et encore moins comprise de ses contemporains, était complètement tombée dans l'oubli; elle a reparu avec éclat dans les applications de la Cinématique.

Tels sont les progrès généraux que subit la Géométrie, quant aux méthodes, durant cette période. Quant aux découvertes spéciales, elles ont aussi une grande importance : nous citerons notamment la découverte, capitale pour la théorie des coniques, de la propriété caractéristique d'un hexagone inscrit dans une de ces courbes; mais surtout celle de la plupart des belles propriétés de la cycloïde, sur lesquelles nous insisterons séparément.

Progrès de l'Astronomie.

Hévélius émet l'hypothèse du parabolisme des trajectoires des comètes; Mouton et Crabtée donnent des méthodes passables pour la détermination du diamètre apparent du Soleil, mais Picard imagine le micromètre à réticules mobiles. Picard applique de nouveau la méthode trigonométrique à la détermination de la longueur d'un degré du méridien, et trouve pour cette longueur 57021 toises, valeur assez approchée.

Progrès de la Mécanique.

Pascal jette les fondements de l'Hydrostatique et imagine la resse hydraulique; Torricelli établit son théorème relatif à la tesse d'écoulement d'un liquide par un orifice percé en mince aroi; il fait voir que l'enveloppe de toutes les trajectoires de iobiles pesants lancés d'un même point dans toutes les direcons, avec la même vitesse, est un paraboloïde, en dehors duquel ucun projectile ne peut parvenir; Wren et Wallis énoncent les is du choc, le premier entre des corps élastiques, le second entre es corps mous; Wallis à ce propos énonce le principe de la conrvation de la quantité de mouvement; Torricelli énonce la ondition d'équilibre d'un système pesant à liaisons, soumis à action seule de la pesanteur.

Progrès de la Physique.

Fermat donne une nouvelle démonstration de la loi de la éfraction de la lumière; Kircher invente la lanterne magique; a chambre obscure est imaginée, on ne sait par qui; Otto de Juericke construit la première machine pneumatique et obtient a première étincelle électrique; Torricelli démontre la pesanteur le l'air et construit le premier baromètre; Mariotte découvre a loi de variation du volume d'un gaz sous l'influence d'une ression extérieure; Grimaldi observe le phénomène de la diffraction; Bartholin découvre celui de la double réfraction, dont Huyghens établira les lois.

Progrès de la Chimie.

Nicolas le Fèvre signale la loi des dissolutions saturée découvre l'acétate de mercure.

Progrès de la Physiologie.

Borelli étudie la structure des muscles au point de vue de production des mouvements et fait, dans cette recherche, une ju cieuse application de la théorie du levier; Perrault donne théorie de l'organe de l'ouïe; Clersellier étudie les phases développement des fœtus de vivipares.

Histoire de la cycloïde.

Cette courbe célèbre a d'abord porté le nom de *trochoïde* lui donne Roberval dans le traité qu'il en a laissé; Pas désigna ensuite sous le nom de *roulette;* tous les géomèt sont depuis accordés à l'appeler *cycloïde.* Ce serait, par Galilée qui en aurait eu le premier l'idée. Il dit, en effet une lettre écrite à Torricelli en 1639, qu'il s'en était c quarante ans auparavant, et qu'il avait songé à en don figure aux arches des ponts. Torricelli raconte que, po déterminer l'aire, Galilée avait découpé dans une feuille la courbe et son cercle générateur et les avait pesés sépar mais que, trouvant toujours le poids de la *cycloïde* u moindre que le triple de celui du cercle, il avait pensé qu aires étaient dans un rapport compliqué et avait cessé de s'o de leur comparaison.

C'est de 1634 que date en réalité l'histoire de la *cycloïde,* et st en France que furent résolues les premières difficultés relaes à cette courbe. Le P. Mersenne, qui avait en vain tenté de quarrer, proposa en 1628 la question à Roberval, qui, ne se tant pas encore de force à l'aborder, ne s'en occupa pas imméement. C'est en 1634, d'après Mersenne, qu'il résolut le prome, et il étendit même sa solution aux *cycloïdes* allongées raccourcies. La découverte de Roberval serait en tous cas érieure à 1637, puisque le P. Mersenne l'a publiée à cette date s son *Harmonie universelle.* La priorité de Roberval est si absolument incontestable, Galilée déclarant d'ailleurs, en o, dans une lettre adressée à Cavalieri, que l'aire de la *loïde* était encore un problème pour les géomètres italiens, Torricelli confirmant le fait dans une lettre postérieure. Wallis Carlo Dati ont donc eu tort de faire honneur à l'Italie de cette ouverte; mais Pascal a eu encore plus tort de se laisser aller l'injustifiables accusations de plagiat contre Torricelli, qui, licité à la fois par Galilée et par Cavalieri, vint de son côté à ut du problème en 1643, et inséra sans prétentions la solution 'il avait trouvée à la suite de ses œuvres.

Cette publication fit jeter les haut cris à Roberval, qui imagina utes sortes de mauvaises raisons pour prouver que Galilée et orricelli avaient dû connaître la solution qu'il avait donnée, ns, du reste, aucune démonstration. Torricelli répondit « qu'il nportait peu que le problème de la *cycloïde* eût pris naissance ı France ou en Italie; qu'à la mort de Galilée (1642) on ne onnaissait pas encore en Italie la mesure de l'aire de cette ourbe; qu'il avait trouvé seul les démonstrations qu'on lui constait, et qu'il s'inquiétait peu qu'on le crût ou qu'on ne le crût

pas, parce que ce qu'il disait était conforme au témoignage de conscience. »

Le P. Mersenne avait fait part à Descartes, en 1638, de découverte de Roberval, sans lui envoyer la démonstrati comme du reste c'était l'usage général à l'époque. Descartes en voya aussitôt à Mersenne un précis de démonstration, et eut tort d'ajouter « qu'il n'étoit personne médiocrement versé en gé métrie qui ne fût en état de trouver ce dont Roberval se fai tant d'honneur. » Ce fut un nouveau sujet de querelles : R berval, sans oser prendre envers Descartes le ton d'un pédago ne put cependant retenir quelques insinuations malveillan Descartes répondit en proposant à son adversaire le problème la tangente à la *cycloïde*, problème que Fermat résolut, mais q Roberval manqua d'abord entièrement ; il le résolut plus tard sa méthode des mouvements composés. L'élégante solution Descartes est devenue la base d'une nouvelle théorie générale Géométrie.

Après les problèmes de l'aire et de la tangente à la *cycloï* les premiers qui devaient se présenter à l'esprit concernaient volumes engendrés par la révolution de la courbe tournant auto de sa base ou de son axe. Ce fut encore Roberval qui les réso vers 1644.

La théorie de la *cycloïde* ne fit plus aucun progrès jus qu'en 1658, époque à laquelle Pascal, sous le nom de Dettonville porta son fameux défi à tous les géomètres de l'Europe. Pasc proposait de déterminer la longueur d'un arc quelconque de courbe, et son centre de gravité ; les aires des surfaces que cet engendre en tournant autour de l'axe ou autour de la base, et leurs centres de gravité ; l'aire d'un segment intercepté dans l

cycloïde par une ordonnée quelconque, et son centre de gravité; enfin les volumes engendrés par ce segment autour de l'axe ou de la base, et leurs centres de gravité.

Huyghens, Fermat et Wren résolurent séparément quelques-unes des questions proposées et envoyèrent leurs solutions, sans toutefois prétendre au prix proposé. Huyghens avait quarré un segment particulier; Wren avait déterminé la longueur d'un arc quelconque et son centre de gravité; Fermat avait obtenu l'aire engendrée par un arc de la courbe, ce qui suppose qu'il avait aussi trouvé la longueur de l'arc lui-même.

Mais les deux seuls concurrents qui prétendirent au prix furent le P. La Louère, jésuite, qui était bien inférieur aux difficultés proposées, et Wallis qui, pressé par le temps, avait commis plusieurs fautes. Pascal publia ses solutions dans la *Lettre de A. Dettonville à M. de Carcavi* et les petits traités explicatifs qui y sont joints. Peu après, Wallis donna lui-même ses solutions corrigées.

La *cycloïde* reparaîtra avec éclat dans la période suivante, lorsque Huyghens, cherchant à écarter les petites inégalités que doivent nécessairement présenter les oscillations d'un pendule circulaire, se proposera de déterminer la courbe sur laquelle il faudrait faire rouler un corps pour qu'il mît toujours le même temps à arriver au point le plus bas, quel que fût celui d'où on l'eût abandonné, et trouva que cette courbe était la *cycloïde*. Pour réaliser son pendule idéal, Huyghens avait à déterminer un mode de suspension tout nouveau; les recherches qu'il fit à ce sujet le conduisirent à sa théorie des développées, et l'histoire de la *cycloïde* s'enrichit de la découverte de cette remarquable propriété dont elle jouit, d'avoir sa développée égale à elle-même;

les développements relatifs à cette découverte se verront dan période suivante.

Enfin il sera de nouveau question de la cycloïde, lors d naissance du *calcul des variations*, et, cette fois encore, el fera remarquer par une propriété exceptionnelle, celle d'offr un corps pesant le chemin le plus rapide pour parvenir point à un autre.

BIOGRAPHIE

DES

SAVANTS DE LA NEUVIÈME PERIODE

ET

ANALYSE DE LEURS TRAVAUX.

CAVALIERI (BONAVENTURE).

(Né à Milan en 1598, mort en 1647.)

Il fut un des bons élèves de Galilée et professa les Mathéma ques à Bologne. Tourmenté par de cruelles douleurs physiques, se plongea avec énergie dans l'étude, pour y trouver une iversion à ses souffrances. Il découvrit, en 1629, la méthode éométrique à laquelle il doit sa célébrité (la ***méthode des indivi-ibles***), et dont Roberval voulut en vain s'attribuer l'honneur.)ans cette méthode, le savant italien « imagine, dit Montucla, e continu comme composé d'un nombre infini de parties qui sont es derniers éléments ou les derniers termes de la décomposition ju'on peut en faire. Ce sont ces derniers éléments qu'il appelle ndivisibles, et c'est dans le rapport suivant lequel ils croissent ou décroissent, qu'il cherche la mesure des figures ou leurs rapports entre elles. » M. Chasles, jugeant la théorie des indi-visibles, dit : « Cette méthode, propre principalement à la

détermination des aires, des volumes, des centres de gra
des corps, et qui a suppléé avec avantage, pendant c
quante ans, au calcul intégral, n'était, comme le fait
Cavalieri lui-même, qu'une application heureuse ou plutôt
transformation de la méthode d'exhaustion. » Cavalieri a ex
les éléments de sa théorie dans le plus important de ses ouvra
Geometria indivisibilibus continuorum nova quadam ra
promota (Bologne, 1635, in-4°); il l'a ensuite considérable
enrichie dans ses *Exercitationes geometricæ sex* (Bologne, 16
On lui doit en outre : *Specchio ustorio, ovvero trattato de*
settioni coniche (Bologne, 1632); *Trigonometria plan*
sphærica (Bologne, 1635), etc.

Ce fut Cavalieri qui donna la première démonstration satis
sante du fameux théorème de Guldin. Ce jésuite, qui avait a
qué Cavalieri sur sa méthode des indivisibles, dut être bien co
lorsque son antagoniste se servit de cette méthode même p
démontrer l'exactitude du théorème qu'il n'était parvenu
établir que par des raisonnements métaphysiques.

La méthode de Cavalieri ne peut conduire qu'à des résult
exacts, mais l'idée primitive en avait été présentée par lui d'u
manière très vicieuse. Cavalieri considère les volumes com
formés de surfaces empilées, les surfaces comme composées
lignes juxtaposées, enfin les lignes comme composées de p
placés les uns à côté des autres; et c'est en tenant compte à l
du nombre des éléments qui composent l'objet à mesurer
leur étendue, qu'il arrive à la mesure de cet objet. Quoique
conception soit absurde, on peut rétablir la vérité et ren
rigueur aux raisonnements, en restituant aux indivisib
dimension dont Cavalieri faisait abstraction. Ses surfaces em

sont autre chose que des tranches ayant une hauteur com-
une dont on peut faire abstraction ; ses lignes juxtaposées sont
surfaces trapézoïdales ayant, de même, une hauteur com-
une, enfin ses points consécutifs sont de petites droites ayant
utes même longueur. Le vice de la méthode, s'il y en a un, ne
nsistait donc que dans l'inexactitude des expressions employées
ur en rendre compte ; les vrais géomètres ne s'y sont pas
ompés. Quant à la méthode elle-même, elle réside entièrement
ns le procédé de calcul très remarquable que Cavalieri a su
aginer pour la rendre pratique. Quelques exemples sont indis-
nsables pour en rendre compte : supposons qu'il s'agisse de
esurer un parallélogramme, l'indivisible sera une parallèle à la
se et le nombre de ces indivisibles sera proportionnel à la hau-
ur ; par conséquent, on pourra prendre pour mesure du paral-
ogramme le produit des mesures de sa base et de sa hauteur.
même, s'il s'agit d'un parallélépipède, l'indivisible sera une
ction parallèle à la base, et le nombre des indivisibles sera pro-
rtionnel à la hauteur ; on pourra donc prendre pour mesure du
rallélépipède le produit des mesures de sa base et de sa hauteur.
e vice du raisonnement, dans ces deux cas, tient à ce qu'il
agit des figures les plus élémentaires, dont on demande la
esure absolue ; ce défaut va disparaître lorsqu'il s'agira de com-
arer les figures plus compliquées à ces deux figures primitives.
upposons qu'on veuille comparer un triangle au parallélo-
ramme de même base et de même hauteur ; on décomposera
our cela les deux figures en éléments, par des parallèles aux
ases, équidistantes entre elles : le plus petit élément, dans le
riangle, étant 1, le second sera 2, le troisième 3, et le dernier,
u la base, sera n ; la somme sera donc $1 + 2 + 3 + \dots + n$ ou

$\frac{n(n+1)}{2}$; au contraire, tous les éléments du parallélogram seront égaux à n et le nombre en sera n, la somme sera donc le rapport des deux sommes sera donc :

$$\frac{1}{2}\frac{n^2+n}{n^2} \quad \text{ou} \quad \frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{n}\right);$$

mais n doit être supposé infini, le rapport exact est donc

Comparons de même un tétraèdre au parallélépipède de mê base et de même hauteur, et pour cela décomposons-les en en éléments par des plans parallèles aux bases. Les sectio parallèles faites dans une pyramide étant entre elles com les carrés de leurs distances au sommet, si le plus petit élém est 1, le second sera 2^2, le troisième, 3^2, etc., le dernier ou base sera n^2, la somme de ces éléments sera donc :

$$1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2$$

ou

$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6};$$

au contraire, tous les éléments du parallélépipède seront é à n^2 et le nombre en sera n, la somme sera donc n^3; ain rapport des deux sommes sera

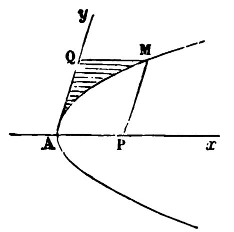
$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6n^3},$$

qui se réduit visiblement à $\frac{1}{3}$, lorsque n est infini.

Supposons que l'on veuille comparer le segment oblique d'une parabole du second degré, $y^2 = 2px$, au pa

ΛP, ayant pour côtés les coordonnées du point M (*fig.* 2): ιation de la courbe donnant $x = \frac{y^2}{2p}$, si l'on imagine les

Fig. 2.



llèles à l'axe des x, menées aux distances $1, 2, \ldots, n$ de cet les longueurs de ces parallèles, comprises entre la courbe et des y seront :

$$\frac{1}{2p}, \frac{2^2}{2p}, \frac{3^2}{2p}, \ldots, \frac{n^2}{2p};$$

mme en sera donc

$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6.2p};$$

autre côté, les éléments du parallélogramme seront tous x à $\frac{n^2}{2p}$; et, comme il y en aura n, la somme en sera $\frac{n^3}{2p}$; le ɔrt sera donc :

$$\frac{\text{AMQ}}{\text{AQMP}} = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6n^3} \quad \text{ou} \quad \frac{1}{3}.$$

nême méthode s'appliquerait évidemment aussi bien à la ˡrature des paraboles de tous les degrés; l'emploi n'en exi-

gerait que la connaissance de la formule qui donne la somme des puissances semblables et entières, mais quelconques, de nombres en progression arithmétique.

Cavalieri, dans ses *Exercitationes mathematicæ sex*, quarre effectivement par cette méthode les paraboles

$$y = \frac{x^3}{a^2}$$

et

$$y = \frac{x^4}{a^3};$$

il donne même la formule de l'aire d'une parabole de degré quelconque

$$y = \frac{x^m}{a^{m-1}},$$

mais il n'y arrive que par analogie.

La même méthode fournirait aussi aisément la cubature des paraboloïdes de révolution, car, si la parabole méridienne est

$$y = \frac{x^n}{a^{n-1}},$$

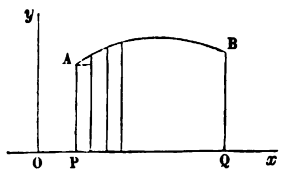
l'élément du volume engendré sera $\pi \frac{x^{2n}}{a^{2n-2}}$, en ne tenant compte de la hauteur commune.

Cette méthode serait impuissante à donner l'aire du cercle, parce qu'elle exigerait la sommation d'une suite de sinus dont les cosinus seraient en progression arithmétique; mais la valeur de π étant supposée connue, elle fournira les mesures des surfaces ou des volumes d'un cylindre ou d'un cône.

Pour appliquer la méthode à la recherche de la ... ure ...

engendrée par la révolution d'une courbe AB (*fig.* 3) ıt autour d'un axe Ox situé dans son plan, il faudrait · la somme des produits de ses ordonnées par les éléments quels elles décomposent la courbe; de même, pour évaluer ne engendré par la révolution du segment PABQ, il d'évaluer la somme des carrés des ordonnées équidistantes ıurbe AB. Les démonstrations des deux parties du théo- : Guldin se tirent de ces considérations.

Fig. 3.



ieri était entré fort jeune dans l'ordre des Jésuates ou imites. L'intelligence dont il avait fait preuve engagea ;rieurs à l'envoyer à Pise pour y suivre les cours de l'Uni- C'est là qu'il apprit les éléments de la Géométrie, avec :t par les conseils de Benoît Castelli, disciple et ami de

:aît avoir été en possession de sa méthode des indivisibles 9, car il s'en fit, cette année-là même, une recommanda- ès des savants et des magistrats de Bologne, pour obtenir :e que l'astronome Magini venait d'y laisser vacante. Il :n effet cette chaire vers la fin de 1629.

ıus reste à faire connaître l'ouvrage même de Cavalieri; d'autant plus nécessaire que, pour abréger, nous avons,

dans l'exposition de sa méthode, supposé les procédés à peu tels qu'ils sont devenus plus tard, par suite des efforts succ de Roberval, de Wallis et de Pascal. Mais on verra que qu'emploie Cavalieri sont bien plus primitifs; le calcul y part beaucoup moindre. Au reste, il y a lieu de distinguer égard : les *Exercitationes geometricæ sex* se composent en de parties qui ne sont pas de même facture : dans les premiè Cavalieri reproduit simplement ce qui avait trait à la théorie indivisibles dans sa *Géométrie* imprimée en 1635; ces premiè parties sont bien son œuvre propre et assurent ses droits à vention de la méthode; mais Cavalieri convient lui-même pour les suivantes, où le calcul commence à intervenir, profité de l'aide de Beaugrand.

Les deux premières parties, l'*Exercitatio prima* et l'*Exercit secunda* sont intitulées *De priori methodo indivisibilium De posteriori methodo indivisibilium.* Nous croyons dev pour les faire connaître, reproduire en l'abrégeant la préface laquelle l'auteur en fait lui-même l'analyse.

« Il y a environ dix ans, dit-il, que parut ma *Géométrie* sept livres, élevée sur de nouvelles bases et où la considérat des indivisibles fournissait le principal instrument pour arr à la comparaison des grandeurs des figures tant planes solides.

« J'ai institué deux voies pour atteindre ce but. La prem est exposée dans les six premiers livres de cette *Géométrie*, seconde dans le septième.

« Dans l'une et l'autre méthode apparaissent, lorsqu'il s de la mesure des figures planes, des lignes parallèles en no indéfini, comprises entre celles qui touchent la figure; lors

–ʒit de la mesure des solides, ces lignes sont remplacées par des ns parallèles équidistants, compris de même entre ceux qui .chent la figure à ses deux extrémités.

Il est donc manifeste que nous considérons les figures planes nme formées (*contextæ*) de fils parallèles, à l'instar des toiles, les solides comme composés de feuilles, de même que les res.

Mais tandis que, dans les toiles, les fils, et, dans les livres, feuilles sont en nombre fini, parce qu'il s'y trouve une taine épaisseur, pour nous le nombre en est indéfini, parce e nous les considérons comme sans épaisseur. Cependant us ne faisons pas usage de cette hypothèse sans y apporter elque attention, car, dans la première méthode, nous consions la somme totale des files et, dans la seconde, leur disbution.

Soient deux figures planes, comprises entre les mêmes oites parallèles, et une infinité de parallèles à ces deux droites, minées séparément aux contours des deux figures, nous pouns comparer de deux manières les segments interceptés sur ces oites dans les deux figures : soit en mettant en rapport la mme des uns et la somme des autres, soit en comparant sépament l'un à l'autre les deux segments interceptés sur chaque oite. Il en sera de même s'il s'agit de deux solides compris ıtre les mêmes plans parallèles, pourvu qu'on substitue les secons planes de ces solides aux lignes droites considérées précémment. Ce sont ces deux manières d'établir la comparaison qui stinguent les deux méthodes l'une de l'autre. (Il convient de marquer que, si Cavalieri ne répète pas ici expressément que les oites et les plans dont il parle sont équidistants entre eux, il

l'a du moins dit une fois pour toutes.) Au reste chacune méthodes conduit à une règle générale qui lui est propre po comparaison des grandeurs des figures.

« Celle que fournit la première méthode est la suivante: dans deux figures planes, même de hauteurs différentes (Ca lieri entend par là comprendre dans son énoncé le cas où, l des figures manquant dans un certain intervalle, les secti dans cet intervalle, seraient nulles), les sommes des segm séparément interceptés sur les parallèles sont égales, les fig seront aussi égales (équivalentes) et réciproquement; sinon Plus généralement la raison des deux sommes de segments celle des deux figures; et de même pour les solides.

« Le règle fournie par la seconde méthode est un peu étroite : Si deux figures planes, comprises entre les mêmes pa lèles, interceptent des segments égaux chacun à chacun, sur droites parallèles aux bases, les figures seront égales; plus gé ralement, si les deux segments interceptés sur une même dr dans les deux figures, ont une raison constante, cette raison celle des deux figures; et de même pour les solides. »

Cavalieri développe en un grand nombre de pages les dém trations de ces principes évidents pour nous, mais qui ne sèrent pas d'exciter, de son temps, les plus violentes crit comme on le voit par l'exemple de Guldin.

Nous passons ces explications inutiles aujourd'hui, mai devons insister sur l'importante acquisition du théorème a duquel Cavalieri obtient, par exemple, les cubatures de l mide et du cône, et la quadrature de la parabole du second La manière même dont il y parvient est si originale qu'ell forcément l'attention.

: Cavalieri ne connaît pas la formule

$$\Sigma_1^n n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6},$$

e donne Aryabhata, mais qui n'avait pas passé en Occident. l la connaissait, il en déduirait immédiatement

$$\lim_{n=\infty} \frac{\Sigma_1^n n^2}{n.n^2} = \frac{2n^3}{6n^3} = \frac{1}{3}.$$

Voici comment il parvient à ce résultat : il considère un rec-ngle, divisé en deux triangles par une de ses diagonales, et il nçoit à travers le rectangle et l'un des triangles une infinité de rallèles à la base du rectangle, équidistantes entre elles. Les gments de ces droites compris dans le rectangle sont égaux tre eux, tandis que ceux qui sont interceptés par les côtés du angle sont comme $1, 2, 3, \ldots n$. Sur chacun des segments npris dans le rectangle ou dans le triangle, il construit des rés élevés dans des plans perpendiculaires à celui de la figure. s carrés construits sur les segments interceptés par le rectangle nt égaux entre eux et égaux au carré construit sur la base du tangle, représentée par n, la somme de ces carrés est donc

$$n.n^2;$$

autre part, les carrés construits sur les segments interceptés ns le triangle sont représentés par

$$1^2, 2^2, 3^2, \ldots, n^2,$$

ui sont les nombres dont on cherche la somme. Mais les carrés onstruits sur les segments interceptés dans le rectangle forment s feuilles d'un parallélépipède rectangle dont la base carrée est evée sur la base du rectangle et dont la hauteur est celle de ce

rectangle; et les carrés construits sur les segments intercep
dans le triangle forment les feuilles d'une pyramide quadran
laire dont la base est aussi le carré élevé sur la base du rect
et dont la hauteur est celle de ce même rectangle. Mais la p
mide ayant même base et même hauteur que le parallélépi
en est le *tiers*. Donc

$$\lim_{n=\infty} \frac{\Sigma_1^n n^2}{n \cdot n^2} = \frac{1}{3}.$$

Voici comment Cavalieri énonce son théorème : « *Expo parallelogrammo quocumque, in eo que ducta diametro* (il encore *diameter* féminin, comme Halley) ; *omnia quadr parallelogrammi ad omnia quadrata cujusvis triangulorum dictam diametrum constitutorum erunt in ratione tripla, laterum parallelogrammi communi regula existente.* On sera pas étonné, je crois, si je dis que j'ai dû relire plusieurs ce *rébus* avant d'en deviner le sens. Quant à la démonstratio qui n'est pas plus claire que l'énoncé, je l'ai peut-être un p brusquée en supposant admis que la pyramide fût le tiers parallélépipède, mais j'ai cru comprendre que Cavalieri se ser de ce théorème connu pour établir la proposition qu'il a en vue, sauf à se servir ensuite de cette proposition spéci pour vérifier que la théorie des indivisibles fournissait bien mesures des volumes d'une pyramide quelconque et d'un c quelconque.

L'important est que les considérations géométriques employées par Cavalieri conduisent bien rigoureusement à la démonstratio de la formule

$$\lim_{n=\infty} \frac{\Sigma_1^n n^2}{n \cdot n^2} = \frac{1}{3}.$$

ne nous reste, pour compléter l'analyse des *Exercitationes a et secunda*, qu'à reproduire les énoncés des principaux èmes auxquels l'auteur parvient par application de ses deux odes. Les voici :

ux parallélogrammes de même base sont entre eux comme hauteurs; parce que les nombres des *fils* équidistants paral-ux bases, contenus dans ces deux rectangles, sont entre eux ne les hauteurs.

ne des diagonales d'un parallélogramme le décompose en triangles qui en sont la moitié, parce que les sommes des rallèles à la base compris dans le parallélogramme et dans ngle sont doubles l'une de l'autre.

ux pyramides de bases équivalentes et de même hauteur quivalentes (Cavalieri dit égales).

eux trapèzes de même hauteur, ont aussi leurs bases paral-espectivement égales, ces trapèzes seront égaux.

cylindre est le triple du cône de même base et de même ur.

parallélogramme ayant pour base celle d'un segment de ole, dont les côtés élevés aux extrémités de la base sont llèles au diamètre qui, dans la parabole, est conjugué de la , et dont le dernier côté est tangent à la parabole, a avec le nent une raison sesquialtère.

eux cylindres de même hauteur, à bases curvilignes quel-ques, sont égaux lorsque les bases sont équivalentes (littéra-ent lorsque les bases fournissent les mêmes sommes de fils llèles, équidistants), etc.

ous passons la *tertia Exercitatio, in qua discutiuntur ea a Paulo Guldino è Societate Jesu in ejusdem Centrobaryca*

præfatæ Geometriæ Indivisibilium objiciuntur. Nous n'y[...] vons rien autre chose que les preuves que Guldin n'avai[...] compris les principes qu'il attaquait, et la démonstration d[...] théorème par la méthode des indivisibles.

La *quarta Exercitatio* a une plus grande importance, p[...] qu'on y trouve en substance la démonstration de la règle

$$\lim_{n=\infty} \frac{\Sigma_1^n n^m}{n \cdot n^m} = \frac{1}{m+1}.$$

La préface de cette partie de l'ouvrage est assez intére[...] pour que nous la reproduisions en abrégé.

« Parmi les problèmes proposés par le très subtil Képler[...] sa *Stereometria doliorum*, les plus fameux concernent la m[...] des fuseaux paraboliques et hyperboliques. Comme je m'occ[...] de rechercher les mesures de ces solides, il arriva qu'en [...] lant le sol du champ géométrique, je tombai, outre la sol[...] des problèmes proposés, sur un trésor d'un prix bien plus g[...] à mes yeux. En effet, tandis que je retournais dans mon esp[...] question du fuseau parabolique, je m'aperçus qu'on pourr[...] avoir la mesure si l'on pouvait connaître la raison de la s[...] des quarrés-quarrés des fils composant un parallélogramm[...] conque à la somme des quarrés-quarrés des parties de [...] interceptées dans l'un des triangles séparés dans le pa[...] gramme par une de ses diagonales.

« Cherchant donc à découvrir cette raison, je la trouv[...] tuple. Rapprochant alors ce résultat de ceux que j'avai[...] dans ma *Géométrie* relativement à la raison des sommes des mêmes lignes, laquelle est deux, et à la raison des de leurs quarrés, qui est trois; afin que l'in[...] comp[...]

as des quarrés et celui des quarrés-quarrés ne restât pas vide, m'appliquai aussi à rechercher la raison de la somme des cubes fils contenus dans le parallélogramme à la somme des cubes de s parties interceptées dans le triangle, et je la trouvai quaple. De sorte que j'entrevis avec admiration cette loi que le rapt des sommes des lignes simples était deux; celui des sommes de s quarrés, trois; celui des sommes de leurs cubes, quatre; i des sommes des quarrés-quarrés, cinq; d'où j'inférais que, r les quarrés-cubes, la raison serait six; pour les cubo-cubes, t; et ainsi de suite, suivant l'ordre naturel des nombres comnçant par l'unité.

Ce trésor, je l'ai découvert le premier, que je sache, à l'occa de la mesure du fuseau parabolique et l'ai mis au jour *efeci*) avant 1640, dans le dernier de ma centurie de prones géométriques.

Il en résulte immédiatement la quadrature de toutes les aboles, linéaire, quadratique, cubique, etc., ainsi que beaup d'autres choses admirables.

« Le père Niceron vint ici vers le temps où j'étais tombé sur propositions; je l'en instruisis et il lui plut, à son retour à ris, de proposer à l'illustre J. de Beaugrand, que je connaissais jà, la démonstration de ma susdite proportion et de la mesure fuseau parabolique.

« Entraîné à d'autres recherches, je ne pensais plus à celles-là, rsque dernièrement je fus averti, par une lettre du très savant Mersenne, que Beaugrand était mort, et, en même temps, je çus les démonstrations qu'il avait recherchées à l'instigation Niceron.

« Je m'affligeai beaucoup de la perte d'un homme aussi ingé-

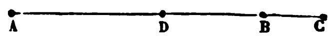
nieux que le montraient les démonstrations qui m'avaient envoyées.

« Mais, comme il m'avait devancé dans ce travail, j'y p encore moins.

« Cependant, après un temps assez long, tendant de nouv mon esprit de ce côté, je m'aperçus que la théorie contenue d le second livre de ma *Géométrie des Indivisibles,* relative aux sommes des lignes simples et aux sommes de leurs qua pouvait être étendue à toutes les autres puissances.

« Mettant donc la main au travail, je me suis étudié à éta

Fig. 4.



du mieux que j'ai pu les propositions suivantes, parmi lesque j'ai eu soin d'insérer fidèlement les choses inventées par Be grand, afin qu'elles ne périssent pas et pour n'en pas priv lecteur. »

Cavalieri commence par des propositions peu intéressa que nous ne citons pas.

Il donne ensuite la composition du quarré, du cube et quarré-quarré d'une ligne divisée en deux parties inégales. Il va pas au delà parce que, dit-il, cela lui suffit et qu'on pou continuer si on le veut.

Il entre ensuite dans la théorie qu'il veut édifier, en rec chant les expressions des sommes de puissances semblables parties inégales d'une ligne, en fonction de la demi-somme ces parties et de leur demi-différence.

Soit la ligne AB (*fig.* 4) divisée en deux parties égales

nt D et en deux parties inégales au point B :

$$\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = 2\,\overline{AD}^2 + 2\,\overline{DB}^2,$$

$$\overline{AB}^3 + \overline{BC}^3 = 2\,\overline{AD}^3 + 6\,AD.\overline{DB}^2,$$

$$\overline{AB}^4 + \overline{BC}^4 = 2\,\overline{AD}^4 + 2\,\overline{DB}^4 + 12\,\overline{AD}^2.\overline{DB}^2;$$

vérifiera aisément ces égalités en les écrivant sous la forme

$$a^2 + b^2 = 2\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + 2\left(\frac{a-b}{2}\right)^2,$$

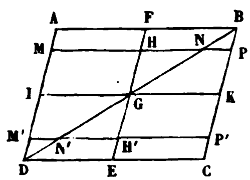
$$a^3 + b^3 = 2\left(\frac{a+b}{2}\right)^3 + 6\left(\frac{a+b}{2}\right)\left(\frac{a-b}{2}\right)^2,$$

$$a^4 + b^4 = 2\left(\frac{a+b}{2}\right)^4 + 2\left(\frac{a-b}{2}\right)^4 + 12\left(\frac{a+b}{2}\right)^2\left(\frac{a-b}{2}\right)^2.$$

Cavalieri ne va pas au delà, mais on peut, dit-il, continuer si l le veut.

Ces propositions tendent admirablement au but proposé : en

Fig. 5.



ffet, soient ABCD (*fig.* 5) un parallélogramme quelconque, ivisé en deux triangles égaux par la diagonale BD; EHF la arallèle aux côtés AD et BC, menée par les milieux de AB et DC, aquelle divise en parties égales en H une parallèle quelconque

MHNP à la base, tandis que cette parallèle est divisée en par
inégales au point N par la diagonale; enfin soient IGK le
mètre du parallélogramme parallèle à ses bases DC et AB
M′N′H′P′ une seconde parallèle à la base, aussi éloignée de
que MNHP l'est de AB.

Considérons maintenant, par exemple, les sommes des qua
quarrés des lignes, équidistantes entre elles et en nombre
comprises dans le parallélogramme et dans l'un des triang
DCB si l'on veut.

La première somme est

$$n\overline{DC}^4;$$

quant à la seconde, nous la désignerons par

$$\Sigma_B^C\overline{NP}^4,$$

ou par

$$\Sigma_B^K(\overline{NP}^4+\overline{MN}^4),$$

en remplaçant les quarrés-quarrés des lignes telles que N
placées au-dessous de IK, par les quarrés-quarrés des lignes tel
que MN, placées au-dessus de la même ligne IK.

Mais, d'après l'un des théorèmes précédents,

$$\overline{NP}^4+\overline{MN}^4=2\overline{MH}^4+2\overline{HN}^4+12\overline{MH}^2.\overline{HN}^2;$$

donc

$$\Sigma_B^K(\overline{NP}^4+\overline{MN}^4)=2\frac{n}{2}\overline{MH}^4+2\Sigma_B^K\overline{HN}^4+12\overline{MH}^2\Sigma_B^K\overline{HN}$$

$$=\overline{MH}^4+2\Sigma_B^K\overline{HN}^4+12\overline{MH}^2\Sigma_B^K\overline{HN}^2,$$

puisqu'il ne faut compter que $\frac{n}{2}$ sommes telles que $\overline{NP}^4+\overline{MN}$

Cela posé, d'après la proposition relative à la somme d

s simples des lignes parallèles à la base d'un triangle, et stantes entre elles, comparée à la somme des quarrés des interceptés sur les mêmes droites, entre les côtés du paralmme double,

$$\Sigma_B^K \overline{HN}^2 = \frac{1}{3}\Sigma_B^K \overline{FB}^2 = \frac{1}{3}\frac{n}{2}\overline{MH}^2,$$

'il ne se trouve que $\frac{n}{2}$ parallèles à la base, entre BF et KG.

emplaçant $\Sigma_B^K \overline{HN}^2$ par sa valeur, dans l'expression de la des quarrés-quarrés des parallèles à la base contenues triangle BCD, il vient, pour cette somme, l'expression

$$\Sigma_B^C \overline{NP}^4 = n\overline{MH}^4 + 2n\overline{MH}^4 + 2\Sigma_B^K \overline{HN}^4$$

réduisant,

$$\Sigma_B^C \overline{NP}^4 = 3n\overline{MH}^4 + 2\Sigma_B^K \overline{HN}^4.$$

la somme $\Sigma_B^K \overline{HN}^4$, qui se rapporte au triangle FGB, est sée, par rapport à la base FB de ce triangle, comme la $\Sigma_B^C \overline{NP}^4$ relative au triangle BDC l'était par rapport à la C de ce triangle; de sorte que, d'une part, FB étant la de DC, et, d'ailleurs, le nombre des divisions comprises ' étant aussi la moitié du nombre des divisions contenues ',

$$\Sigma_B^K \overline{HN}^4 = \frac{1}{2}\frac{1}{16}\Sigma_B^C \overline{NP}^4 = \frac{1}{32}\Sigma_B^C \overline{NP}^4;$$

plaçant $\Sigma_B^K \overline{HN}^4$ par cette valeur, il vient

$$\Sigma_B^C \overline{NP}^4 = 3n\overline{MH}^4 + \frac{1}{16}\Sigma_B^C \overline{NP}^4.$$

d'où

$$\frac{15}{16}\Sigma_B^C \overline{NP}^4 = 3n\,\overline{MH}^4 = 3n\,\frac{\overline{DC}^4}{16},$$

d'où, enfin, ce qu'il fallait démontrer,

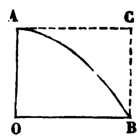
$$\Sigma_B^C \overline{NP}^4 = \frac{1}{5}n\,\overline{DC}^4,$$

ou bien

$$\frac{\Sigma_B^C \overline{NP}^4}{n\,\overline{DC}^4} = \frac{1}{5}.$$

Cavalieri démontre ensuite que, si un demi-segment d[...] parabole, tel que AOB (*fig.* 6), tourne autour de son axe A[...]

Fig. 6.



volume qu'il engendrera sera les $\frac{8}{15}$ de celui qu'engendrer[...] rectangle AOBC; l'évaluation de ce rapport avait été propos[...] Képler.

La *Quarta Exercitatio* se termine par la note de Beaug[...] Nous donnons seulement les énoncés de deux des questions [...] sont traitées; on verra qu'en reproduisant cette note, Caval[...] poussé l'honnêteté aussi loin que possible, car la méthode [...]quée par Beaugrand diffère bien peu de la sienne.

1° Étant donnée une ligne divisée en deux parties égales

: parties inégales, trouver la composition de la somme des -sances semblables quelconques des deux parties inégales.

eaugrand étend sa formule jusqu'aux cubocubocubes.

Si un parallélogramme est divisé en deux triangles par une es diagonales, la somme des quadratocubes des lignes équidis- es, en nombre infini, menées dans le parallélogramme, paral- nent à sa base, sera sextuple de la somme des quadratocubes parties de ces lignes interceptées dans le triangle.

eaugrand étend ensuite le théorème jusqu'aux cubocubocubes, ermine par la solution du problème de Képler.

Jous croyons que Beaugrand n'est pas l'auteur de ces proposi- 1s, et que sa note lui aura été faite soit par Roberval ou mat, soit, plutôt, par Pascal.

avalieri, dans sa *Quinta Exercitatio*, traite la question, ima- ée à plaisir, de trouver le centre de gravité d'un corps dont la sité croîtrait proportionnellement à la distance à un plan :. Il dit que cela est permis et le prouve par diverses raisons es des exemples laissés par les anciens : Archimède, qui s'est upé de la spirale, quoiqu'il n'y ait peut-être pas dans la ture une seule spirale d'Archimède; les Grecs qui ont cherché la adrature exacte du cercle, la trisection de l'angle, etc., quoique questions n'eussent pas d'utilité pratique; enfin Galilée et rricelli qui ont étudié un mouvement défini d'imagination, el que pût être celui qui se produit dans la nature (remarque ez extraordinaire de la part d'un disciple de Galilée). Il ajoute : st ainsi que les rhéteurs, pour s'exercer, traitent une cause nte, afin d'être plus habiles dans les causes véritables.

Je fais cette citation pour montrer que Cavalieri n'entrevoyait une utilité pratique à la recherche qu'il entreprenait; je n'en

vois pas davantage lorsqu'il s'agit de corps solides, mais, pour
surfaces planes, dont s'occupe particulièrement Cavalieri, c
différent.

Le centre de gravité d'une surface plane, dont la densité
proportionnellement à la distance à une droite à laquelle elle
termine d'un côté, n'est autre que celui du solide homogène
l'on obtiendrait en coupant le cylindre droit indéfini qui a
pour base la surface considérée, par deux plans symétriques
rapport à ce plan de base et passant par la droite où la densité
la surface est nulle. La considération de ces troncs de cylindre
été très utile à Pascal, qui les appelle *onglets*, et à Huyghens,
les nomme *coins*. La théorie de Cavalieri a peut-être facilité
recherches de ces deux géomètres.

La *sexta Exercitatio* est intitulée *De propositionibus miscel-laneis*. Il y est question d'abord de la construction des coniques
ensuite de la recherche des foyers des lentilles, puis de problèmes
n'ayant aucun lien entre eux.

L'analyse de ses ouvrages montrera, je pense, que Cavalieri
méritait d'être connu; mais, s'il l'est si peu, je crois pouvoir d
que ce fut bien sa faute. Si, en effet, l'on donnait des prix d'o
curité, il aurait dû, à mon avis, emporter sans conteste le prem
On ne peut absolument pas le lire; on en est constamment ré
à le deviner. Il est poète, sans doute, mais dans le sens *vates*. (
assurément pour un de ses congénères que Voltaire a inven
néologisme *inlisable*.

LA LOUÈRE (ANTOINE DE).

(Né en Languedoc en 1600, mort à Toulouse en 1664.)

entra dans l'ordre des Jésuites et professa successivement la torique, la Théologie, l'hébreu et les Mathématiques. La ıère est surtout connu par ses démêlés avec Pascal relative- ıt à la cycloïde Il avait déjà publié, en 1651, ses *Elementa agonomisca sive quadratura circuli et hyberbolæ segmen- um ex datis ipsorum centris gravitatis*, qui contiennent de ınes choses.

Il prit part au concours proposé par Pascal en 1658, et résolut des problèmes indiqués dans le programme; le plus simple, a vérité. Pascal découvrit une erreur de calcul dans le manu- it de La Louère, et, saisissant l'occasion qui lui était offerte de pper sur un membre de la célèbre Compagnie, il maltraita t le pauvre père, le tourna en ridicule de toutes les manières, le poursuivit jusque dans ses *Provinciales*.

La Louère n'avait évidemment pas assez fait pour gagner le ix, mais peut-être était-il bien dur de lui faire regretter jus- ı'à ses efforts. A l'issue du concours, La Louère publia la solu- ɔn du problème qu'il avait pu aborder, et y joignit ce qu'il ait pu apprendre depuis, relativement aux autres, dans un ıvrage intitulé : *Geometria promota in septem de cycloïde bris;* on y trouve l'énoncé et la solution, dans un cas particu- er, d'une question intéressante relative à l'aire de la courbe acée avec un compas sur un cylindre de révolution.

Mais cette question avait été traitée auparavant par Roberval.

Pascal accuse La Louère d'avoir usé de toutes sortes d'artifices ıalhonnêtes pour arriver à s'attribuer la gloire d'avoir résolu

les problèmes relatifs à la cycloïde. Mais il faudrait suppo La Louère bien peu d'intelligence pour admettre qu'il ait pouvoir réussir dans un pareil projet, par un procédé niais que celui que Pascal lui prête, et qui consistait à atte la publication des solutions à la date fixée dans le défi, p venir dire que c'étaient justement celles auxquelles il é parvenu.

FERMAT (PIERRE DE).

(Né à Beaumont de Lomagne, près Montauban en 1601, mort à Paris en 165

Sa vie, entièrement vouée à l'étude, offre peu d'incid remarquables. Son père était marchand de cuirs; il étudia le à Toulouse et devint conseiller au Parlement (1631).

Au milieu des devoirs de sa charge, il sut se créer des occu tions littéraires : composer des vers français, latins, itali espagnols; cultiver l'érudition grecque et se livrer aux Mat matiques avec de tels succès, qu'il marcha de pair avec les p habiles géomètres de son temps : Descartes, Cavalieri, Rober Wallis, Pascal.

Pascal le nomme *le premier homme du monde* et avoue qu ne peut pas toujours le suivre dans ses recherches. « Cherch ailleurs, lui écrivait-il, qui vous suive dans vos inventio numériques; pour moi, je vous confesse que cela me passe de b loin; je ne suis capable que de les admirer. » Beaucoup de th rèmes sur les nombres, découverts par Fermat, ont en épuisé les efforts de toutes les générations suivantes, sans q ait encore pu les démontrer.

›oit que la Géométrie fût alors considérée plutôt comme un ›cice de l'esprit que comme une Science utile, soit insouciance ›ırelle, Fermat prenait rarement le soin de publier ses décou›es, et même d'en écrire les démonstrations. Il en résulte qu'un ›ıd nombre de ses travaux ont été perdus et que d'autres sont ›persés dans une correspondance qui attend encore un éditeur.

›'Alembert, Lagrange et Laplace font honneur à Fermat de ›remière idée du calcul différentiel :

« On doit à Fermat, dit d'Alembert, la première application calcul aux quantités différentielles pour trouver les tan›ıtes. La Géométrie nouvelle n'est que cette dernière méthode ›ıéralisée. »

Lagrange dit dans ses leçons sur le calcul des fonctions : « On ›ıt regarder Fermat comme l'inventeur des nouveaux calculs. » ›ustifie ailleurs son opinion de la manière suivante :

« Dans sa méthode *De maximis et minimis*, il égale l'expres›n de la quantité dont on recherche le maximum ou le mini›ım à l'expression de la même quantité dans laquelle l'inconnue augmentée d'une quantité indéterminée. Il fait disparaître ›ns cette équation les radicaux et les fractions, s'il y en a, et, ›rès avoir effacé les termes communs dans les deux membres, divise tous les autres par la quantité indéterminée qui se ›ouve les multiplier; ensuite il fait cette quantité nulle, et a une équation qui sert à déterminer l'inconnue de la ›uestion. Or, il est facile de voir au premier coup d'œil que règle déduite du calcul différentiel, qui consiste à égaler à ›ro la différentielle de l'expression qu'on veut rendre maxi›ıum ou minimum, prise en faisant varier l'inconnue de cette ›pression, donne le même résultat, parce que le fond est

le même, et que les termes qu'on néglige comme infini petits, dans le calcul différentiel, sont ceux qu'on doit supp comme nuls dans le procédé de Fermat. Sa méthode des gentes dépend du même principe. Dans l'équation entre l' scisse et l'ordonnée, qu'il appelle la propriété spécifique d courbe, il augmente ou diminue l'abscisse d'une quantité ind minée, et il regarde la nouvelle ordonnée comme apparten la fois à la courbe et à la tangente, ce qui fournit une équ qu'il traite comme celle d'un cas de maximum ou de mini On voit encore ici l'analogie de la méthode de Fermat avec du calcul différentiel; car la quantité indéterminée dont on a mente l'abscisse répond à la différentielle de celle-ci, et l'aug tation correspondante de l'ordonnée répond à la différenti cette dernière. Il est même remarquable que, dans l'écri contient la découverte du calcul différentiel, sous le titre : N *methodus pro maximis et minimis*, Leibniz appelle la diff tielle de l'ordonnée une ligne qui soit à l'accroissement a traire de l'abscisse comme l'ordonnée à la sous-tangente, ce rapproche son analyse de celle de Fermat. » Cette opinion Lagrange a été reproduite depuis dans des termes non m formels par Laplace et Fourier.

Des lettres de Fermat, de 1636, prouvent qu'il se servait de la méthode des coordonnées, et l'on sait qu'il quarra les p boles de tous les degrés, à peu près en même temps que C lieri.

Enfin, Laplace pense que Fermat doit partager avec P l'honneur de l'invention du calcul des probabilités. Il aurait eu part à toutes les grandes découvertes de son époque.

Descartes méconnut d'abord la science profonde de Fe

riposta avec aigreur aux objections qu'il avait présentées ntre sa *Dioptrique;* mais la paix. fondée sur une estime utuelle, se rétablit bientôt entre ces deux grands hommes.

Les principaux écrits de Fermat ont été publiés par son neveu. Toulouse, en 1679, sous le titre : *Varia opera mathema-a.* Le gouvernement français avait obtenu des Chambres, en 43, un crédit pour la réimpression de ses œuvres; mais il ne fut s donné suite au projet, qui vient d'être repris et sera sans ute réalisé cette fois. M. Brassine a publié à Toulouse, en 1853, n *Précis des œuvres mathématiques de Pierre Fermat.*

Fermat avait laissé une réputation de profond savoir dans s questions de droit, et de sévère intégrité. Il joignait d'ail-urs la plus grande modestie à son immense mérite. Au milieu ses plus vives discussions scientifiques, il écrivait à Mersenne: M. Descartes ne saurait m'estimer si peu que je ne m'estime icore moins. »

Nous croyons qu'il y a un peu d'exagération dans les appré-iations que nous venons de rapporter : La méthode de Fermat our les maximums et les minimums, ou plus généralement our les tangentes, est sans doute meilleure que celle de Des-artes, mais c'est Huyghens qui l'a présentée sous une forme ratique, en donnant la valeur du coefficient angulaire de la angente à la courbe, exprimé par le quotient changé de signe des lérivées, par rapport à l'abscisse et à l'ordonnée, du premier nembre de l'équation de cette courbe.

D'un autre côté, c'est Barrow qui, le premier, a songé à expri-ner le coefficient angulaire de la tangente à une courbe algé-rique, ou transcendante, par le rapport des accroissements infi-iiment petits de l'ordonnée et de l'abscisse.

Enfin, il y a une distance énorme, d'une part, entre la méth
des maximums de Fermat et celle des développées de Huygh
de l'autre, entre les procédés sommatoires de Fermat et les
cédés d'intégration de Pascal.

Toutefois nous devons faire connaître avec quelques détai
méthode de Fermat pour les quadratures, parce qu'elle est in
testablement supérieure à celle de Cavalieri, beaucoup
simple et surtout beaucoup moins détournée.

Mais nous ne pouvons nous empêcher auparavant de
remarquer que, les deux Mémoires de Fermat sur les tangen
les quadratures n'ayant été publiés qu'en 1679, il est impos
de savoir au juste s'ils n'ont pas été retouchés depuis l'époqu
ils furent communiqués d'abord en manuscrits à Descartes
exemple. Il faudrait pour cela retrouver des copies manus
de cette époque et je ne crois pas qu'on en ait.

Sans doute le caractère de Fermat ne permet pas de sup
qu'il ait pu songer à s'attribuer la priorité d'une inventi
laquelle il n'aurait pas eu de droits; mais il n'y aurait eu
part rien que de très légitime à perfectionner une méthode
il était l'inventeur, et à en étendre les applications. La qu
serait donc simplement de savoir si les résultats obtenu
Cavalieri, par Roberval et par Wallis étaient encore inco
Fermat lorsqu'il mit pour la dernière fois la main à son
des quadratures. Quant à la méthode qu'il emploie, nous l
tons, elle lui est bien propre.

M. Brassine affirme que les deux Mémoires de Fermat, (
s'agit, avaient été écrits avant la publication de la Géomét
Cavalieri; mais la Géométrie de Cavalieri, où il expose
méthode, a paru en 1635 : ce sont les *Exercitationes sex* q

publiés en 1653. Il est bon aussi de remarquer que, lorsqu'il ...it des ouvrages de Fermat, M. Brassine prend la date supposée ... la conception, tandis que, pour ceux de Cavalieri, il prend ...e de la publication.

...uoi qu'il en soit, voici la méthode de Fermat : elle est fondée ... deux lemmes que M. Brassine, au reste, énonce tout de ...vers.

Lemme I.

...i l'on considère dans une progression géométrique décrois...te deux termes consécutifs a et aq, il y aura le même rapport ...re la différence de ces deux termes, $a - aq$, et le second aq, ...entre le premier a et la somme de tous ceux qui suivent a, ...t-à-dire qu'on aura la proportion

$$\frac{a - aq}{aq} = \frac{a}{S - a},$$

...ésignant la somme de tous les termes à partir de a. En effet

$$S = \frac{a}{1 - q},$$

...sorte que la proportion devient

$$\frac{1 - q}{q} = \frac{1}{\frac{1}{1 - q} - 1} = \frac{1 - q}{q}.$$

Lemme II.

Si l'on considère une progression croissante dont la raison soit ...$+ \alpha$), la différence entre deux termes consécutifs sera constam...ent la fraction α du premier des deux.

C'est-à-dire :

$$a(1+\alpha)^m - a(1+\alpha)^{m-1} = a\alpha(1+\alpha)^{m-1},$$

ce qui pouvait être dit avec moins d'appareil.

Voici comment Fermat fait usage de ces deux lemmes
quarrer les hyperboles et paraboles de tous les degrés : il
dère le segment qu'il veut quarrer comme composé d'une
de petits rectangles ayant pour bases les différences consé
d'abscisses croissant en progression géométrique; son
lemme lui donne des expressions simples de ces différences
premier lui fournit la somme des petits rectangles.

Ainsi soit à quarrer l'hyperbole

$$y = \frac{m^3}{x^2}$$

a partir de $x = a$. Fermat suppose menées les ordonnées

$$x = a, \quad a(1+\alpha), \quad a(1+\alpha)^2, \quad \ldots :$$

la distance de deux ordonnées consécutives est égale au pro
de la première par α de sorte que l'un des petits rectangles
mesure

$$y\alpha x \quad \text{ou} \quad \frac{m^3\alpha}{x};$$

c'est-à-dire qu'ils forment une progression géométrique dé
sante.

D'un autre côté, le premier rectangle est

$$\frac{m^3}{a^2}a\alpha = \frac{m^3\alpha}{a};$$

quant au second, il est représenté par

$$\frac{m^3}{a^2(1+\alpha)^2}a(1+\alpha)\alpha = \frac{m^3\alpha}{a(1+\alpha)};$$

érence de ces deux rectangles est

$$\frac{m^3\alpha}{a} - \frac{m^3\alpha}{a(1+\alpha)} = \frac{m^3\alpha^2}{a(1+\alpha)};$$

donc, d'après le premier lemme, en appelant S l'aire du nt indéfiniment prolongé,

$$\frac{m^3\alpha^2}{a(1+\alpha)} : \frac{m^3\alpha}{a(1+\alpha)} :: \frac{m^3\alpha}{a} : \mathrm{S} - \frac{m^3\alpha}{a}$$

$$\alpha : 1 :: \frac{m^3\alpha}{a} : \mathrm{S} - \frac{m^3\alpha}{a},$$

$$\mathrm{S} - \frac{m^3\alpha}{a} = \frac{m^3}{a},$$

nfin

$$\mathrm{S} = \frac{m^3}{a}(1+\alpha),$$

le dans laquelle il faut faire tendre α vers zéro, ce qui la t à

$$\mathrm{S} = \frac{m^3}{a}.$$

nsidérons encore la parabole

$$y^3 = mx^2,$$

pposons qu'on veuille obtenir l'aire du segment compris l'axe des y et une ordonnée $x = a$: formons la progression

$$a : a(1-\alpha) : a(1-\alpha)^2 : \ldots,$$

ngée indéfiniment, de sorte que α étant aussi petit qu'on le a, le terme général, néanmoins, tende vers 0; supposons es les ordonnées

$$x = a, \quad a(1-\alpha), \quad a(1-\alpha)^2, \quad \ldots,$$

et imaginons les rectangles ayant pour bases les distances qui séparent deux ordonnées consécutives et pour hauteur l'une de ces ordonnées. L'aire d'un de ces rectangles sera

$$\alpha x \sqrt[3]{m x^2}.$$

Ces rectangles varieront donc en progression géométrique.

Le premier sera représenté par

$$m^{\frac{1}{3}} a^{\frac{2}{3}} a \alpha$$

et le second par

$$m^{\frac{1}{3}} a^{\frac{2}{3}} (1-\alpha)^{\frac{2}{3}} a (1-\alpha) \alpha;$$

leur différence sera

$$m^{\frac{1}{3}} a^{\frac{2}{3}} a \alpha \left[1-(1-\alpha)^{\frac{5}{3}}\right];$$

le premier lemme donnera donc, en désignant par S l'aire cherchée,

$$1-(1-\alpha)^{\frac{5}{3}} : (1-\alpha)^{\frac{5}{3}} :: m^{\frac{1}{3}} a^{\frac{2}{3}} a \alpha : \mathrm{S} - m^{\frac{1}{3}} a^{\frac{2}{3}} a \alpha,$$

et, par composition,

$$1 : (1-\alpha)^{\frac{5}{3}} :: \mathrm{S} : \mathrm{S} - m^{\frac{1}{3}} a^{\frac{2}{3}} a \alpha,$$

d'où

$$\mathrm{S} - m^{\frac{1}{3}} a^{\frac{2}{3}} a \alpha = \mathrm{S}(1-\alpha)^{\frac{5}{3}}$$

et

$$\mathrm{S} = \frac{m^{\frac{1}{3}} a^{\frac{2}{3}} a \alpha}{1-(1-\alpha)^{\frac{5}{3}}},$$

dont il faut trouver la limite pour $\alpha = 0$.

Pour cela Fermat pose

$$1-\alpha = (1-\beta)^3 = 1 - 3\beta,$$

ȯù

$$\alpha = 3\beta,$$

qui est remarquable, et

$$(1-\alpha)^{\frac{5}{3}} = (1-\beta)^5 = 1 - 5\beta;$$

en résulte

$$\frac{\alpha}{1-(1-\alpha)^{\frac{5}{3}}} = \frac{3\beta}{5\beta} = \frac{3}{5},$$

par suite,

$$S = \frac{3}{5} m^{\frac{1}{3}} a^{\frac{5}{3}}.$$

Il est certain que cette théorie est bien supérieure à celles de ıvalieri et de Wallis, relatives aux mêmes questions, mais ıscal les traite encore mieux dans un ouvrage publié en 1659, ngt ans par conséquent avant la publication de celui de ermat.

M. Brassine veut voir dans le Mémoire de Fermat des ‹emples d'intégration par parties (ou plutôt des exemples de ›rmules qui peuvent s'obtenir par ce mode de transformation), ıais les traités publiés par Pascal avec la lettre à M. de Carcavi ›urmillent d'exemples semblables et beaucoup plus intéressants ue ceux que donne Fermat. De plus Pascal évalue en se jouant es intégrales doubles et triples et les transforme.

Il nous reste à donner un précis des travaux de Fermat sur la héorie des nombres.

La matière pourrait donner lieu à des développements très tendus si, par bonheur, nous n'avions pas, de la main même de 'ermat, un aperçu de la méthode qui l'a guidé dans ces travaux.

Cet aperçu a été découvert par M. Charles Henry avec beau-

coup d'autres documents intéressants, notamment des lettres Fermat à Séguier, à Huet, à Huyghens, à Carcavi, à Mersenne et une ingénieuse méthode de décomposition des grands nom en facteurs premiers, par laquelle nous commencerons.

Cette méthode repose sur le théorème suivant : *Si un nom impair est premier, il est et d'une seule manière la différen deux quarrés entiers.*

En effet, en désignant par x^2 et y^2 les deux quarrés, on avoir : $x^2 - y^2 = n$ ou $(x-y)(x+y) = n$: mais n étant p mier ne peut être le produit de deux facteurs qu'à la condi que l'un d'eux soit égal à l'unité; on doit donc poser :

$$x - y = 1 \quad \text{et} \quad x + y = n.$$

On en déduit

$$x = \frac{n+1}{2} \quad \text{et} \quad y = \frac{n-1}{2}.$$

Ainsi

$$\left(\frac{n+1}{2}\right)^2 - \left(\frac{n-1}{2}\right)^2 = n.$$

Par exemple, soit à reconnaître si 17 est premier, ajoutons-y les quarrés 1, 4, 9, 16, 25,... jusqu'à 64, [il n'est pas néces d'aller plus loin puisque $64 = \left(\frac{n-1}{2}\right)^2$] ; de toutes les som qu'on obtient, $17 + 64 = 81$ est le seul nombre quarré : donc est premier.

Cette méthode a été réinventée dans ce siècle, et elle a ser tout récemment à décomposer le nombre $2^{64} + 1$ en facteurs pr miers, résultat important dans certaines recherches arithmétiq

La *Relation des nouvelles descouvertes en la science des nom bres* mérite d'être citée *in extenso* : c'est le plus important doc

nt que nous possédions sur les méthodes arithmétiques de mat.

Et pource que les Méthodes ordinaires qui sont dans les es estoyent insuffisantes à demonstrer des propositions si dif- es, je trouvay enfin une route tout a fait singulière pour y venir. J'appellay cette manière de demonstrer la descente nie ou indefinie, etc.

Je ne m'en seruis au commencement que pour demonstrer les positions négatives, comme par exemple, qu'il n y a aucun nbre moindre (1) de l'unité qu'un multiple de 3 qui soit com é d'un quarré et du triple d'un autre quarré; qu'il n'y a aucun ngle rectangle de nombres dont l'aire soit un nombre quarré. preuve se fait par ἀπαγωγήν την ἐις ἀδύνατον en cette manière : y auoit aucun triangle rectangle en nombres entiers, qui t son aire esgale à un quarré, il y auroit un autre triangle indre que celuy là qui auroit la mesme proprieté; s'il n auoit un second moindre que le premier qui eust la mesme prieté il y en auroit par un pareil raisonnement un troisieme indre que ce second qui auroit la mesme proprieté et enfin un atrieme, un cinquieme, etc., a l'infini en descendant. Or est il 'estant donné un nombre il n'y en a point infinis en descendat moindres que celuy la, j'entens parler tousjours des nombres tiers. D'ou on conclud qu'il est donc impossible qu'il y ait cun triangle rectangle dont l'aire soit quarré.

« On infère de la qu'il n'y en a non plus en fractions dont l'aire t quarré, car s'il y en auoit en fractions, il y en auroit en nombes entiers, ce qui ne peut pas estre, car il se peut preuuer par la scente.

(1) Amoindri.

« Je n'adjouste pas la raison d'ou j'infere que s'il y auoit triangle rectangle de cette nature, il y en auroit un autre mesme nature moindre que le premier, parce que le discours seroit trop long, et que c'est la tout le mystere de la methode seray bien aise que les Pascals et les Roberuals et tant d' sçavants la cherchent sur mon indication.

« Je fus longtemps sans pouuoir appliquer ma methode questions affirmatiues, parce que le tour et le biais pour y est beaucoup plus malaisé que celuy dont je me sers aux tives. De sorte que lors qu'il me falut demonstrer que tout bre premier qui surpasse de l'unité un multiple de 4, est com de deux quarrez je me treuuay en belle peine. Mais enfin meditation diverses fois reiterée me donna les lumieres qui manquoient. Et les questions affirmatiues passerent par methode à l'ayde de quelques nouueaux principes qu'il y fal joindre par necessité.

« Ce progrès de mon raisonnement en ces questions affir tives estoit tel. Si un nombre premier pris à discretion qui passe de l'unité un multiple de 4 n'est point composé de quarrez. il y aura un nombre premier de mesme nature moin que le donné; et ensuite un troisieme encore moindre, etc., descendant a l'infini jusques a ce que uous arriviez au nombre qui est le moindre de tous ceux de cette nature, lequel il s' suivroit n'estre pas composé de deux quarrez, ce qu'il est pour tant d'ou on doit inferer par la deduction à l'impossible que tous ceux de cette nature sont par consequent composez de 2 quarrez.

Il y a infinies questions de cette espece, mais il y en a quel ques autres qui demandent de nouveaux principes pour y appli quer la descente, et la recherche en est quelques fois si mal aisée

on n'y peut uenir qu'auec une peine extrême. Telle est la
stion suiuante que Bachet sur Diophante avoüe n'avoir jamais
demonstrer, sur le suject de laquelle M. Descartes fait dans
de ses lettres la mesme declaration, jusques la qu'il confesse
il la juge si difficile, qu'il ne voit point de voye pour la ré-
dre ! tout nombre est quarré, ou composé de deux, de trois
quatre quarréz.

Je l'ay enfin rangée sous ma methode et je demonstre que si
nombre donné n'estoit point de cette nature il y en auroit un
indre qui ne le seroit pas non plus, puis un troisieme moindre
le second etc. à l'infini, d'ou l'on infere que tous les nombres
t de cette nature.

Celle que j'avois proposée a M. Frenicle et autres est d'aussi
nde ou meme plus grande difficulté : tout nombre non quarré
de telle nature qu'il y a infinis quarréz qui multipliant ledit
nbre font un quarré moins 1.

Je la demonstre par la descente appliquée d'une manière
te particulière.

J'aduoue que M. Frenicle a donné diverses solutions parti-
ières et M. Wallis aussi, mais la demonstration generale se
uuera par la descente deuement et proprement appliquée, ce
e leur indique, afin qu'ils adjoustent la demonstration et con-
uction generale du théorème et du probleme aux solutions
gulieres qu'ils ont données.

« J'ay ensuite consideré certaines questions qui bien que nega-
es ne restent pas de receuoir tres-grande difficulté, la methode
ur y pratiquer la descente estant tout a fait diuerse des prece-
ntes comme il sera aisé d'esprouuer. Telles sont les suiuantes :
n'y a aucun cube diuisible en deux cubes. Il n'y a qu'un seul

quarré en entiers qui augmenté du binaire fasse un cube : le quarré est 25.

« Il n'y a que deux quarrez en entiers lesquels augm... de 4 fassent cube : les dits quarrez sont 4 et 121.

« Toutes les puissances quarrées de 2 augmentées de l'u... sont nombres premiers. Cette derniere question est d'une... subtile et tres ingenieuse recherche. Et bien qu'elle soit co... affirmativement elle est negative puisque dire qu'un no... est premier c'est dire qu'il ne peut estre divisé par a... nombre (1).

« Je mets en cet endroit la question suivante dont j'ay e... la demonstration à M. Frenicle apres qu'il m'a aduoué, et... a mesme tesmoigné dans son escrit imprimé qu'il n'a p... trouuer :

« Il n'y a que les deux nombres 1 et 7 qui, estant moind... de l'unité qu'un double quarré fassent un quarré de mesme n... c'est-à-dire qui soit moindre de l'unité qu'un double quarré...

« Aprés auoir couru toutes ces questions la pluspart de di... nature et de differente façon de demonstrer, j'ay passé a l'in... tion des regles generales pour resoudre les equations simples... doubles de Diophante. On propose par exemple

2 quarr. + 7967 esgaux a un quarré.

J'ay une regle generale pour resoudre cette equation si elle... possible, ou découvrir son impossibilité. Et ainsi en tous... cas et en tous nombres tant des quarréz que des unitéz. On p...

(1) Ce théorème est faux : Euler l'a montré.

(2) Ce théorème vient d'être prouvé tout récemment par le Père Pépi... M. Angelo Genocchi.

e cette équation double $2x + 3$ et $3x + 5$ esgaux chacun à quarré. Bachet se glorifie en ses commentaires sur Diophante voir trouvé une regle en deux cas particuliers. Je la donne nerale en toute sorte de cas. Et determine par regle si elle est sible ou non.

J'ay ensuite restably la plupart des propositions defectueuses Diophante. Et j'ay fait celles que Bachet aduoue ne sçavoir . Et la pluspart de celles auxquelles il paroit que Diophante sme a hésité, dont je donneray des preuues et des exemples à n premier loisir.

J'advoue que mon invention pour decouvrir si un nombre né est premier ou non n'est pas parfaite, mais j'ay beaucoup voyes et de methodes pour reduire le nombre des diuisions et r les diminuer beaucoup en abbregeant le travail ordinaire. M. Frenicle baille ce qu'il a médité la dessus, j'estime ce sera un secours tres considérable pour les scauants. La stion qui m'a occupé sans que j'aye encore pu trouuer aucune ition est la suiuante qui est la derniere du livre de Diophante *multangulis numeris. Dato numero inuenire quot modis tangulus esse possit*, le texte de Diophante estant corrompu s ne pouuons pas deviner sa méthode. Celle de Bachet ne grée pas et est trop difficile aux grands nombres. J'en ai bien ué une meilleure, mais elle ne me satisfait pas encore. Il faut rcher en suite de cette proposition la solution du probleme ant.

Treuver un nombre qui soit polygone autant de fois et non s qu'on voudra, et treuuer le plus petit de ceux qui satisfont a question.

Voila sommairement le conte de mes recherches sur le suject

des nombres. Je ne l'ay escrit que parce que j'apprehende que le loisir d'estendre et de mettre au long toutes ces demonstrations et ces methodes me manquera. En tout cas cette indication seruira aux sçauants pour trouver d'eux mesmes ce que je n'estens point, principalement si MM. de Carcaui et Frenicle leur font part de quelques demonstrations par la descente que je leur ay enuoyees sur le subject de quelques propositions negatiues. Et peut estre la posterité me scaura gré de luy avoir fait connoistre que les anciens n'ont pas tout sceu, et cette relation pourra passer dans l'esprit de ceux qui viendront apres moy pour *traditio lampadis ad filios*, comme parle le grand Chancelier d'Angleterre, suiuant le sentiment et la deuise duquel j'adjousteray, *multi pertransibunt et augebitur scientia.* »

Il n'est pas sans intérêt d'observer que cette méthode par descente est celle qui a servi à Euler, Legendre, Lejeune-Dirichlet, Lebesgue, pour démontrer un grand nombre d'énoncés de Fermat et beaucoup d'autres propositions numériques. On en trouve la première idée dans le *Commentaire de Campanus de Novare sur les Éléments d'Euclide.* Il est à regretter seulement que cette belle page de Fermat soit restée enfouie dans les papiers de Huyghens, à la bibliothèque de Leyde, jusqu'en 1880.

Depuis, M. Charles Henry a communiqué à l'Académie des Lincei (séance du 3 décembre 1882) quelques propositions extraites d'une Correspondance inédite de Fermat avec le P. Mersenne, possédée par M. le Prince Balthazar Boncompagni. Voici ces propositions :

« I. *Théorème.* Soient trouvés deux quarrés desquels la somme soit quarrée, comme 9 et 16. Soit chacun d'eux multiplié par un même nombre composé de 3 quarrés seulement, comme

x produits seront 99 et 176 qui satisferont à la question, car cun d'eux et leur somme sont composés de 3 quarrés seulet; et ainsi par la même voie vous en trouverez infinis, car ieu de 9 et 16, vous pourrez prendre tels autres 2 quarrés que s voudrez desquels la somme soit quarrée et au lieu de 11 tel e nombre que vous voudrez composé de 3 quarrés seulet. Si vous prenez au lieu de 11 un nombre composé de arrés seulement, comme 7, chacun des deux produits, mble leur somme, seront composés de 4 quarrés seulement.— e si vous voulez non seulement 2 nombres, mais 3 ou tel nbre que vous voudrez desquels un chacun, ensemble la me de tous, soit composé de 3 ou 4 quarrés seulement, il ne dra que trouver autant de quarrés que vous voudrez des nbres desquels la somme soit quarrée et les multiplier chacun x, *ut supra.* »

e théorème est vrai, même sans les restrictions qu'y apporte mat; il n'est qu'un cas particulier de propositions trouvées térieurement par lui. On sait en effet que tout nombre entier i, débarrassé de la plus grande puissance de 4 qui le divise, st pas de la forme $8x + 7$, peut être mis sous la forme terire $x^2 + y^2 + z^2$ et l'on sait de plus que tout nombre entier est somme de quatre quarrés ou d'un moindre nombre de quarrés.

« II. *Problèmes.* Trouver deux triangles rectangles dont les res soient en raison donnée, en sorte que les deux petits côtés 1 plus grand triangle diffèrent par l'unité.

« Trouver deux triangles rectangles en sorte que le contenu us le plus grand côté de l'un et sous le plus petit du même it en raison donnée au contenu sous le plus grand côté et le us petit de l'autre.

« Trouver un triangle duquel l'aire ajoutée au quarré à la somme des deux petits côtés fasse un quarré. Voici le triangle

205769, 190281, 78320.

« *Data summa solidi sub tribus lateribus trianguli rectang… numero et ipsius hypothenusa, invenire terminos intra quos … constitit. Nec moveat additio solidi et longitudinis : in pr… matis enim numericis quantitates omnes sunt homogenea… omnes fiunt.*

« Étant donné un nombre, déterminer combien de fois il es… différence de deux nombres dont le produit est un no… quarré. »

Cette correspondance sera publiée avec divers autres do… ments nouveaux dans l'édition des Œuvres complètes de Fer… qui se prépare en ce moment sous les auspices du gouvernem… français.

DE BEAUNE (FLORIMOND).

(Né à Blois en 1601, mort en 1652.)

Il suivit d'abord la carrière des armes, puis acheta, en 16… une charge de conseiller au présidial de Blois. Il fit amitié av… Descartes, qui l'alla voir à Blois en 1644 et demeura quelq… temps avec lui.

Aussitôt que parut la *Géométrie* de son ami, il s'employa à l… faire connaître et à la commenter, lorsque cela était utile. S… notes sur ce sujet ont été insérées dans le commentaire … Schooten.

De Beaune avait considéré d'une manière géné… le p…

me de remonter des propriétés des tangentes à une courbe l'équation de la courbe ; bien entendu, il ne le résolvait que ns des cas très rares, mais il y avait un certain mérite à l'avoir nçu. Quelques problèmes de ce genre, qu'il avait proposés, ent résolus par Descartes, puis par Leibniz.

On a de lui : *De æquationibus opuscula duo*, où se trouve itée, pour la première fois, la question des limites supérieure nférieure des racines d'une équation numérique. Cet ouvrage té publié en 1659, par les soins d'Erasme Bartholin, à qui manuscrits de de Beaune avaient été remis par ses héritiers. AL

KIRCHER (ATHANASE).

(Né à Geyssen en 1601, mort à Rome en 1680.)

ésuite, physicien, mathématicien, orientaliste, philologue, il ublié une infinité d'ouvrages sur tous les sujets imaginables, puis l'Arithmétique jusqu'à l'interprétation des hiéroglyphes. Il paraît être l'inventeur de la lanterne magique.

FONTANA.

(Né aux environs de Naples vers 1602.)

Paraît être l'inventeur du microscope composé à verres convexes. Il le décrit dans ses *novæ terrestrium et cœlestium observationes* (Naples, 1646).

ROBERVAL (GILLES PERSONNE DE)

(Né en 1602 à Roberval (Beauvoisis), mort à Paris en 1675.)

Il vint à Paris en 1627 et s'y lia bientôt avec le Père M senne, Mydorge, Étienne Pascal et autres savants, parmi les il tint un rang distingué. Il fut nommé, en 1631, profess philosophie au collège Gervais et obtint, peu après, au Co royal, la chaire de Mathématiques qu'il conserva jusqu'à sa bien qu'il fût soumis à une réélection tous les trois ans, et de nombreux concurrents la lui disputassent chaque fois.

Doué d'un mérite réel, il se l'exagérait de façon à ne pou pas supporter que d'autres en eussent aussi ; il était passio vindicatif, plus soucieux de sa réputation que de la vérité, ombrageux et dissimulé. Ces travers ne pouvaient pas man de l'entraîner dans une foule de querelles qui, en effet, tr blèrent sa vie d'autant plus malheureusement que, même raison, il savait toujours trouver le moyen de se donner les torts.

Il fit partie de l'Académie des Sciences dès sa création 1665.

Il éprouvait la plus grande peine à exprimer nettement idées. Aussi a-t-il laissé peu d'écrits, qui, du reste, ne fu pas imprimés de son vivant. Son ami l'abbé Gallois les fit i rer, en 1693, dans le premier volume qui fut publié par l'A démie des Sciences. Ce sont un *Traité des mouvements co posés*, un autre intitulé *De recognitione et constructi æquationum*, sa *Méthode des indivisibles* et un mémoire *trochoide* (cycloïde).

Montucla défiait « les lecteurs les plus versés dans la méth

ienne de tenir contre quelques-unes de ses démonstrations, : elles sont prolixes et embarrassées, jusque dans l'exposition me. »

. est plus connu par ses lettres et par celles de ses contempo- s.

oberval avait adressé à Fermat, vers 1636, la solution du lème de la quadrature d'une parabole de degré quelconque

$$y^m = a^{m-1}x$$

eu après d'une parabole

$$y^m = a^{m-n}x^n;$$

i, lorsque parut le *Traité des indivisibles* de Cavalieri, ma-t-il la priorité.

Longtemps avant, dit-il dans une lettre de 1644 à Torricelli, temps avant que le géomètre italien mît au jour sa méthode, avais une fort analogue ; mais, plus attentif que Cavalieri à ager les oreilles des géomètres, je l'avais dépouillée de ce que de mon concurrent avait de dur et de choquant dans les es, et considérais les surfaces ou les solides comme composés e infinité de petits rectangles ou de petits prismes, etc. » Il te qu'il avait gardé sa méthode *in petto*, dans la vue de se urer parmi les géomètres une supériorité flatteuse par la iculté des problèmes qu'elle le mettait en état de résoudre. ait fort bien ; mais, pendant qu'il se réjouissait *juveniliter*, alieri lui enlevait l'honneur de la découverte.

Roberval est plus connu par sa méthode originale pour la struction des tangentes, mais, quoique l'idée qu'il avait eue heureuse, il se fit si peu comprendre que cette méthode avait

été rejetée comme fausse et n'a été effectivement reprise qu'à ces dernières années.

C'est cette question des tangentes qui fut le principe de sa querelle avec Descartes, qu'il ne laissa jamais tranquille, alors même que le philosophe ne lui répondait plus depuis longtemps.

Roberval avait le premier, en 1637, quarré la cycloïde. Descartes, informé du résultat par Mersenne, avait immédiatement renvoyé un précis de démonstration du théorème énoncé, en le faisant suivre d'une méthode pour mener la tangente à la courbe; mais Roberval ne réussit pas d'abord à le suivre sur ce nouveau terrain; il donna plusieurs démonstrations inexactes, essaya de s'en approprier une de Fermat et finit, comme d'habitude, par se fâcher. Il résolut cependant plus tard la question par sa méthode des mouvements composés.

Au reste, sa quadrature même de la cycloïde lui fournit peu après (1644) l'occasion d'une nouvelle querelle avec Torricelli, qui, en l'absence d'une démonstration que Roberval n'avait pas publiée, se crut le droit de donner celle qu'il venait de trouver.

Cette dispute, si elle mit encore mieux au jour les défauts du caractère de Roberval, lui fournit au moins l'occasion de nouveaux succès; car c'est au milieu de ces démêlés qu'il trouva la mesure des volumes engendrés par la cycloïde tournant autour de son axe ou de sa base.

Pascal, dans son *Histoire de la roulette*, a montré en faveur de Roberval, son ami, une injuste partialité, poussée jusqu'au point de mettre en doute la probité de Torricelli. Il est juste d'en faire un reproche à sa mémoire. Ce n'est pas tout que de n'être pas jésuite, dirons-nous en renversant le mot de Voltaire

aut encore être équitable. Torricelli avait autant de belles lités que Roberval de vilains défauts.

Iais ses travers d'esprit ne doivent pas nous empêcher de lui order la place à laquelle il a droit, par ses travaux, dans toire des Mathématiques. Nous ferons cependant une rve, déjà indiquée dans ce qui précède, relativement à un assez ıd nombre de démonstrations contenues dans ses œuvres, et pourraient bien avoir été retouchées, après coup, d'après les cations fournies par les travaux de quelques-uns de ses emporains.

s *Mémoires*, qui n'ont été publiés, comme nous l'avons déjà qu'en 1693, ont pu, en effet, être corrigés par lui durant les u 40 ans qui s'écoulèrent entre l'époque où il commença e connu et celle de sa mort, en 1675; il nous sera donc lument impossible de nous prononcer sur un certain nombre questions de priorité qu'il a soulevées avec tant d'aigreur.

ous ne trouvons rien à dire de ses deux traités *De Recogni-e æquationum* et *De Resolutione æquationum*, qui ne sont ne reproduction, sous une forme un peu plus moderne, des s correspondants de Viète.

e mémoire intitulé *Observations sur la composition des mou-ents et sur le moyen de trouver les touchantes des lignes bes* n'a pas été rédigé par Roberval lui-même, mais par un tilhomme bordelais, à qui il avait donné des leçons en iculier; Roberval avait bien revu ce mémoire avant de le en 1668, à l'Académie des Sciences, mais il s'était borné à quer en marge ses impressions, et elles ne sont pas toujours rables, il y aurait ue injustice à lui reprocher les

quelques inexactitudes que renferme le texte que nous
La démonstration du théorème relatif à la tangente à l'ellip
entre autres, est évidemment tout à fait vicieuse, le gentilho
bordelais ayant décomposé le mouvement du point qui décri
courbe en deux mouvements égaux et de sens contraires, sui
les deux rayons vecteurs. Mais, si l'on est bien obligé de conv
que Roberval a laissé passer cette démonstration, il conv
aussi d'observer qu'en marge de la proposition où le princip
est exposé, Roberval avait écrit : *Toute cette proposition est*
digérée, et il vaut mieux la passer que de s'y arrester.
suppose que, la construction étant bonne, Roberval aura
sur la manière d'y parvenir. Ce qui me le fait penser est que
question de la tangente à la conchoïde de Nicomède, ou à
conchoïde quelconque, notamment au limaçon de Pascal,
ensuite aussi parfaitement traitée qu'elle pourrait l'être aujour
d'hui. Or les principes à mettre en œuvre étaient à peu près
mêmes dans les deux cas.

La tangente à la cycloïde est aussi fort bien déterminée, com
devant être bissectrice de l'angle formé par la parallèle à la b
de la courbe et par la tangente à la circonférence roulante,
point décrivant, en raison de l'égalité des vitesses des mouve-
ments de translation et de rotation du point qui parcourt
cycloïde. Mais cette construction, d'après les témoignages
tous les contemporains, sauf Pascal, a certainement été ajo
au mémoire, postérieurement à la solution donnée par Descartes
d'après un autre principe.

Le *Traité des indivisibles* contient une bonne exposition
la méthode : on est porté, en le parcourant, à admettre
Roberval en avait puisé la plus grande pa son pr

ds; on reconnaît même qu'il est allé plus loin que Cavalieri s les applications du principe de la méthode. Toutefois, il it difficile de supposer qu'il ne dût rien au géomètre italien, on ne s'expliquerait pas que tous deux fussent tombés, sans cert, sur le même mot *indivisible*, dont le choix est compré- sible de la part de Cavalieri et ne l'est plus de celle de berval.

On retrouve dans ce traité la règle pour la construction de la gente à la cycloïde, déduite de la théorie des mouvements posés et identique à celle que nous avons déjà mentionnée. y voit aussi la quadrature de la cycloïde, qui se retrouvera s le *Traité de la trochoïde* et dont nous ne disons rien ici.

L'intérêt particulier de ce *Traité des indivisibles* réside dans troduction des deux théorèmes suivants, le premier que *le us-verse d'un arc est à cet arc comme la somme des sinus correspondent aux points de division de l'arc, partagé une infinité de parties égales, est à la somme d'autant de yons du cercle*; et le second, que *la somme des quarrés des nus d'une infinité d'arcs en progression arithmétique, allant e o à $\frac{\pi}{2}$, est le huitième de la somme d'autant de quarrés du iamètre.*

Voici, en abrégé, les démonstrations que donne Roberval de es deux théorèmes :

Pour le premier, si l'on double les sinus pour former des cordes du cercle et que l'on mène les diagonales inclinées dans le même sens, des trapèzes mixtilignes obtenus, ces diagonales seront toutes parallèles; ell[illegible] des quantités négligeables près, eurs milieux sur [illegible] passeront aussi, à des quantités

négligeables près, par les milieux des portions du diamètre; leurs moitiés formeront chacune, avec le sinus précédent et moitié de la portion du diamètre comprise entre ce sinus et suivant, des triangles rectangles tous semblables entre eux semblables à celui qui aurait pour côtés le diamètre, la corde la première division de l'arc considéré et la corde du supplém de cette division. On pourra donc poser la proportion : la som des sinus est à la demi-somme des divisions du diamètre, c'e à-dire à la moitié du sinus verse de l'arc, comme la corde supplément d'une des divisions de l'arc, ou, à la limite, le mètre, est à la corde d'une des divisions, ou à cette division. multipliant les deux termes du dernier rapport par le nombre divisions, on trouve la proportion énoncée.

Et pour le second : le quarré du rayon est égal à la somme quarrés du sinus et du cosinus ; mais les cosinus des premiers dans le quadrant, sont égaux aux sinus des derniers, et réci quement, de sorte que la somme des quarrés de tous les si augmentée de la somme des quarrés de tous les cosinus, est plement le double de la somme des quarrés des sinus, et qu conséquent, la somme des quarrés des sinus est moitié de la s d'autant de quarrés du rayon, ou bien est le huitième de la s d'autant de quarrés du diamètre.]

Ce second théorème comporte un corollaire qu'il nou aussi mentionner : le diamètre se compose des sinus-vers respondants à deux arcs supplémentaires ; son quarré est do à la somme des quarrés des deux sinus-verses et au double tangle formé sur ces sinus-verses, mais le rectangle de sinus-verses est le quarré du sinus de l'un ou l'autre des de supplémentaires. Donc la somme d'autant de quarrés du di

on a pris de divisions égales dans la demi-circonférence vaut
ıx fois la somme des quarrés des sinus-verses (car chacun d'eux
répété deux fois), plus deux fois la somme des quarrés des sinus.
le double de la somme des quarrés des sinus, de o à π, est, d'après
ɔroposition précédente, les $\frac{2}{8}$ de la somme d'autant de quarrés
diamètre qu'il a été fait de divisions dans la demi-circonfé-
.ce; il reste donc, pour la somme des quarrés de tous les sinus-
ses de o à π, $\frac{3}{8}$ de la somme d'autant de quarrés du diamètre.
Ces théorèmes seront utilisés, dans le *Traité de la trochoïde*,
ur la cubature des volumes engendrés par la cycloïde tournant
tour de sa base ou autour de son axe; mais nous mentionne-
ıs ici une application intéressante qu'en fait Roberval dans le
aité des indivisibles. Il s'agit de *placer sur un cylindre droit*
espace égal à un quarré donné, et ce d'un seul trait de compas.
berval prend le rayon de base du cylindre égal à la moitié du
é du quarré donné, et donne au compas la même ouverture.
Le traité *De Trochoïde ejusque spatio* contient la quadra-
e de la cycloïde, les cubatures des volumes engendrés par la
olution de l'aire de la courbe autour de la base, autour de
ке et autour de la tangente au sommet; enfin la rectification
la courbe.
Tout le monde accorde à Roberval la priorité dans la solution
; deux premières questions; Huyghens, notamment, proclame
fait dans son *Horologium oscillatorium;* mais Roberval vou-
: aussi s'attribuer la découverte de la rectification de la cycloïde,
.aquelle, il serait, dit-il, parvenu le premier, à l'aide de sa
:thode des mouvements composés. Or, sur ce point, tout le
ɪnde lui donne tort, même Pascal, qui cependant lui attribue
détermination de la tangente à la courbe. D'après Pascal

[illegible]

ʟé que par des considérations exclusivement géométriques. ʟ là une sorte de divination.

s équations de la cycloïde, en prenant pour axe des x la et pour origine le point de rebroussement, sont

$$x = r\omega - r\sin\omega$$

$$y = r(1 - \cos\omega),$$

signant l'angle au centre correspondant à l'arc déjà déroulé; erval décompose l'abscisse en ses deux parties $r\omega$ et $-r\sin\omega$, est $r\omega$ qu'il prend pour abscisse de la compagne, dont l'équa- est ainsi

$$y = r\left(1 - \cos\frac{x}{r}\right);$$

t donc une sinussoïde.

n voit immédiatement l'utilité de l'artifice : l'aire comprise e la courbe et sa base se compose de l'aire de la compagne, ıtée de la même manière, et de l'aire comprise entre les deux rbes. Mais l'aire de la compagne est évidemment moitié de l'aire ·ectangle circonscrit à la cycloïde (il n'y a, pour le voir, qu'à : la figure), et, d'un autre côté, l'aire comprise entre la cycloïde ı compagne, que, par un nouvel artifice, il considère comme posée d'éléments parallèles à la base, est, tout aussi évidem- ıt, égale à l'aire du cercle générateur, l'ordonnée commune deux courbes étant $r\sin\omega$, celle du cercle, et l'abscisse rela- de l'une par rapport à l'autre étant aussi l'abscisse de ce le générateur, comptée à partir de son diamètre vertical.

'aire comprise entre la cycloïde et la base est donc égale à la tié de l'aire du rectangle dont les côtés seraient la circon-

férence du cercle générateur déroulée, et le diamètre de ce cer
augmentée de l'aire du même cercle, c'est-à-dire qu'elle est

$$\frac{1}{2}2\pi R.2R + \pi R^2 \quad \text{ou} \quad 3\pi R^2.$$

Nous passons à la cubature du volume engendré par l'air
la cycloïde tournant autour de sa base.

Si l'on compare le volume cherché à celui qu'engendrer
rectangle circonscrit à la cycloïde, comme les abscisses sont
mêmes, on voit que les deux volumes sont entre eux comm
somme des carrés construits sur les ordonnées équidistants
en nombre infini de la cycloïde est à la somme d'autant de qu
construits sur le diamètre du cercle générateur.

Mais l'ordonnée de la cycloïde se compose de l'ordonnée d
compagne et de la différence des ordonnées des deux cou
soient, pour abréger, y l'ordonnée de la cycloïde, y_1 celle d
compagne et y_2 la différence des ordonnées des deux courbes

$$y^2 = y_1^2 + 2y_1y_2 + y_2^2;$$

le rapport cherché se compose donc, en désignant par R le r
du cercle générateur, de

$$\frac{\Sigma y_1^2}{4\Sigma R^2} + \frac{2\Sigma y_1.y_2 + \Sigma y_2^2}{4\Sigma R^2}.$$

La première partie

$$\frac{\Sigma y_1^2}{4\Sigma R^2}$$

est connue, par l'un des théorèmes précédents, car les ordon
y_1 sont les sinus-verses d'arcs en progression arithméti
comptés de o à 2π, sur la circonférence du cercle générat

:e première partie est donc

$$\frac{3}{8};$$

ınt à la seconde partie

$$\frac{2\Sigma y_1 y_2 + \Sigma y_1^2}{4\Sigma R^2},$$

représente naturellement le volume engendré par l'aire com-
se entre la cycloïde et sa compagne, puisque la première
résente le volume engendré par l'aire de la compagne; et c'est
cette considération que Roberval en obtient la valeur, indi-
tement, c'est-à-dire en transformant la question.

In a vu que, pour obtenir l'aire de la cycloïde, il évalue d'a-
d l'aire de la compagne, considérée comme composée d'élé-
nts rectangulaires compris entre des lignes perpendiculaires à
base; et, ensuite, l'aire comprise entre les deux courbes, consi-
ée comme composée d'éléments compris entre des lignes
allèles à la base.

l transforme de la même manière la question du volume
endré par l'aire comprise entre les deux courbes tournant
our de la base: il considère cette aire comme composée d'élé-
nts rectangulaires compris entre des parallèles à cette base.

e cercle générateur intercepte, sur ces parallèles, des parties
pectivement égales à celles qui sont comprises entre les deux
ırbes; les volumes engendrés par les segments de l'aire com-
se entre les deux courbes et par les segments du cercle généra-
r sont donc égaux, puisque les segments sont deux à deux
ux et également distants de l'axe de rotation.

Ainsi, le volume engendré par la rotation, autour de la base, de

l'aire comprise entre la cycloïde et sa compagne est égal au vo
engendré par le cercle générateur tournant autour de cette
base, c'est-à-dire à

$$2\pi^2 R^3.$$

Il est donc les $\frac{2}{8}$ du volume engendré par le rectangle circo
à la cycloïde, puisque ce volume est

$$4\pi R^2 \times 2\pi R.$$

Le volume engendré par la cycloïde tournant autour d
base est donc, en résumé, les

$$\frac{5}{8}$$

$\left(\frac{3}{8} + \frac{2}{8}\right)$ du volume engendré par la rotation, autour de la
base, du rectangle circonscrit à cette courbe.

Roberval évalue ensuite les volumes engendrés par la cyc
tournant, soit autour de l'axe de la courbe, soit autour de la
gente à son sommet; mais nous ne le suivrons pas dans ces
velles recherches, parce que les procédés sont les mêmes.

Toute cette théorie est assurément fort ingénieuse; m
faut bien remarquer que les procédés de démonstration ne
sissent que parce les questions portent sur l'aire entière
courbe et sur les volumes engendrés par cette aire enti
s'établit, dans ce cas, des compensations qui font disparaît
principales difficultés que présenteraient les évaluations de
d'un segment de la courbe, ou du volume engendré par ce seg

C'est Pascal qui a le premier abordé les questions relative
segments de l'aire de la courbe et des volumes engendré
cette aire.

OTTO DE GUERICKE.

(Né à Magdebourg en 1602, mort à Hambourg en 1686.)

L fut, pendant trente-sept ans, bourgmestre de sa ville natale. lis, par ses fonctions, en relation avec des princes et des omates allemands, il sut les intéresser à ses travaux et à ses ériences.

e premier, il tira une étincelle d'un globe de soufre électrisé oupçonna que cette étincelle pourrait bien être de même nature l'éclair qui précède le bruit du tonnerre. Le premier aussi, ussit à extraire l'air d'un vase clos. On lit, dans son bel et ressant ouvrage *Experimenta nova*, le récit des nombreuses atives qu'il fit avant d'arriver à un moyen un peu pratique érer le vide.

L essaya d'abord de retirer l'eau d'une barrique à l'aide d'une ce de grande seringue adaptée à la partie inférieure. Mais, à ure que la barrique se vidait, l'air entrait par toutes les fissures produisant une sorte de sifflement. Il remplaça le tonneau par x hémisphères en cuivre emboîtés l'un dans l'autre; mais le e qu'ils formaient se comprima tout à coup avec explosion devrait avoir le droit de dire *implosion*), pendant qu'on y ait le vide.

Après divers autres essais, Guericke arriva enfin à exécuter une chine pneumatique, non telle qu'on en a aujourd'hui, mais fisante pour lui permettre d'entreprendre une série d'expé- nces sur les divers effets du vide (1654). Chargé d'une mission près de la Diète réunie à Ratisbonne, il émerveilla plusieurs hauts membres de l'assemblée, entre autres l'empereur, en rendant témoins des phén rs fameux sous le nom

d'***expériences de Magdebourg.*** Il émerveilla surtout l'assistance par ses deux hémisphères retenus en contact par la seule pression de l'air, et que seize forts chevaux suffisaient à peine à séparer. L'archevêque de Mayence voulut avoir l'instrument de Guericke. Il l'emporta dans son palais, et il prenait plaisir à répéter et expliquer lui-même les expériences.

Guericke a aussi fait de bonnes observations astronomiques. Un des premiers, il annonça qu'on pourrait prédire le retour des comètes. Il donnait des taches du Soleil une explication qui n'a point été admise. Il supposait qu'elles n'étaient autre chose que de petites planètes dont la révolution s'effectuait dans des cercles très rapprochés de cet astre. Ses travaux et ses principales observations ont été publiés sous le titre : ***Experimenta*** *nova* *vocant Magdeburgica*, *de vacuo spatio*, etc. (Amsterdam, 1672). Il avait écrit une histoire : *Historia civitatis Magdeburgicæ occupatæ et combustæ*, qui ne fut pas imprimée.

DODSON (JACQUES).

(Né à Londres, mort en 1657.)

Professeur de Mathématiques à Christ-Church-Hospital, publia une table des nombres correspondants à tous les logarithmes de $\frac{1}{100\,000}$ en $\frac{1}{100\,000}$, beaucoup plus rationnelle, par conséquent, que la table des logarithmes des nombres entiers qui est cependant universellement adoptée.

Ce fut lui qui émit l'idée de la fondation des Compagnies d'assurances sur la vie.

GLAUBER (RUDOLPHE).

(Né à Carlstadt en 1603, mort à Amsterdam en 1668).

on nom est resté attaché, dans le glossaire pharmaceutique, sulfate de soude, qui porte encore le nom de *Sel de Glauber.* uber raconte qu'étant à Newstadt, à vingt et un ans, épuisé une affection grave de l'estomac, il se guérit rapidement uvant d'une eau de fontaine que les gens du pays appelaient *eter-Wasser* et croyaient nitrée. Cette circonstance paraît r déterminé sa vocation.

lui vint l'idée d'analyser l'eau de cette fontaine, et, pour il en fit évaporer une certaine quantité dans une capsule; t se former de beaux cristaux longs, qu'on aurait pu con- re avec ceux que donne le nitre, mais qui ne fusaient point e feu.

reconnut plus tard que ce sel n'était autre chose que celui l'on obtient en faisant cristalliser le résidu de la préparation *esprit de sel*, obtenu par la réaction de l'huile de vitriol sur el marin. « Ce sel, dit-il, quand il est bien préparé, a ect de la glace; il forme des cristaux bien transparents, qui ent sur la langue. Il a un goût particulier, sans âcreté. Pro- sur des charbons ardents, il ne décrépite pas comme le sel uisine et ne déflagre point comme le nitre. Il est sans odeur, pporte tous les degrés de chaleur. On peut l'employer avec ntage en Médecine, tant à l'intérieur qu'à l'extérieur. Il mo- et cicatrise les plaies récentes, sans les irriter. Dissous dans eau tiède et donné en lavement, il purge les intestins. »

lauber n'ignorait pas que l'esprit de sel (acide chlorhydrique) t liquide que parce qu'il est préparé en présence de l'eau

qui l'absorbe; il savait aussi que, dans la réaction d'où il p vient, l'huile de vitriol se substitue à l'esprit dégagé.

Mais il étendait un peu, ce semble, les usages de cet esprit sel: « pour apprêter, dit-il, un poulet, des pigeons ou du v à la sauce piquante, on met ces viandes dans de l'eau, avec beurre et des épices, puis on y ajoute la quantité que l'on d d'esprit de sel, suivant le goût des personnes; on peut ainsi, son moyen, amollir et rendre mangeable la viande la plus co de vache ou de vieille poule. »

Il obtint le chlore, qu'il appelait huile d'esprit de sel, en tillant l'esprit de sel additionné de cadmie et de rouille de « Cet esprit, de couleur jaune, dissout, dit-il, les métaux et pr tous les minéraux. On peut l'employer en médecine, en mie et en beaucoup d'arts; lorsqu'on le laisse digérer avec l'esprit de vin concentré (diphlegmé), il se forme à la surface couche huileuse, qui est l'huile de vin, et qui constitue excellent cordial. »

Il étudia aussi les produits de la distillation de la houille, il tirait une huile rouge de sang, très utile pour le panse des ulcères chroniques.

Il montre une sagacité rare dans l'explication des réactio en voici deux exemples: on prépare le *beurre d'antimoine* (rure d'antimoine) en distillant un mélange de sublimé co (perchlorure de mercure) et d'antimoine naturel (sulf d'antimoine). Or, voici ce que dit Glauber de la réaction qu produit: « Dès que le mercure sublimé éprouve l'action de chaleur, l'esprit, qui est combiné avec le mercure, se porte de p férence sur l'antimoine, tandis que le soufre de l'antimoi naturel se combine avec le mercure; le beurre d'antimoine fo

huile épaisse, qui s'élève dans le récipient, et le cinabre ache au col de la cornue ; le beurre d'antimoine n'est donc ne dissolution d'antimoine métallique dans de l'esprit el. »

oici le second exemple : il s'agit de la réaction d'une solution dans de l'eau régale sur la liqueur des cailloux (silicate de sse). « L'eau régale, dit Glauber, qui tient l'or en dissolu- trie le sel de tartre (la potasse), de la liqueur des cailloux et ait abandonner la silice ; en échange, le sel de tartre paralyse régale et lui fait lâcher l'or; c'est ainsi que l'or et la silice, és de leurs dissolvants, se précipitent, et, si l'on pèse le préci- on y trouve les poids réunis de l'or et de la silice employés. » s idées entièrement nouvelles furent repoussées comme ereuses, sur quoi Glauber disait : « Je ne prétends imposer idées à personne ; que chacun garde les siennes si bon lui le, je dis ce que je sais sans autre intérêt que celui de la ce. » Mais il était loin d'être insensible aux attaques dont il l'objet ; en effet il dit : « Les hommes sont faux, méchants aîtres ; rien de leur parole n'est sincère. Si je n'ai pas fait ce monde tout le bien que j'aurais pu faire, c'est la perver- les hommes qui en est la cause. » Malheureusement, beau- d'hommes dévoués ont pu, de tout temps, en dire autant.

MARQUIS DE MALVASIA.

(Né en 1603, mort en 1664.)

était sénateur de Bologne, où il fonda un observatoire, dans ut d'apprendre à connaître l'avenir. Cassini, qu'il avait

appelé près de lui, le convertit à des idées plus saines, et le m
l'en récompensa en lui faisant obtenir la succession de Ca
à la chaire de Mathématiques.

Malvasia a du reste un titre personnel à l'estime de la p
il perfectionna le micromètre imaginé par Huyghens, en
le champ de la lunette par des fils croisés de manière à
de petits carrés égaux entre eux.

COURCIER (PIERRE).

(Né à Troyes en 1604, mort à Auxerre en 1692.)

Jésuite. Il professa la Théologie et les Mathématiques d
rentes maisons de son ordre, puis devint provincial
Champagne.

Le seul ouvrage qui préservera son nom de l'oubli, e
selon M. Chasles, mériterait d'être plus connu est son *Op*
de sectione superficiei sphæricæ per superficiem sph
cylindricam atque conicam (1663), où il étudie les co
double courbure, formées des intersections mutuelles de la
du cylindre et du cône de révolution. Il s'y occupe aussi
quadrature des polygones sphériques, limités par des
grands ou de petits cercles.

BOULLIAU (ISMAEL).

(Né à Loudun en 1605, mort à Paris en 1694.

Astronome distingué. Il s'attacha surtout à [recherch
preuves du mouvement de la Terre et à défendre le syst

...pernic, qui avait encore de nombreux adversaires, même ...mi les astronomes. Le désir bien naturel de trouver des parti...s au nouveau système du monde, lui en fit chercher jusque ...s l'antiquité. Il rechercha et publia tous les morceaux épars des ...vres des pythagoriciens sur la matière.

...l est le premier qui ait cherché une explication des change...nts d'éclat de quelques étoiles.

...es principaux ouvrages sont : *De natura lucis* (1638) ; *Philo...s seu De vero systemate mundi* (1639) ; *Astronomica Phi...aïca* (1645) ; *De lineis spiralibus demonstrationes* (1657) ; *Ad ...ronomos monita duo* (1657). On lui doit aussi une traduction ...bilement faite de l'Arithmétique de Théon de Smyrne, dont ...exte grec était rempli de fautes qu'il a fallu corriger.

FRENICLE DE BESSY (BERNARD).

(Né à Paris vers 1605, mort en 1675.)

...onseiller à la Cour des monnaies, il consacrait ses loisirs aux ...thématiques et fut en correspondance avec les principaux ...ants de son temps, notamment avec Fermat, qui en faisait ...ucoup de cas.

...es travaux ont presque tous trait à la Théorie des nombres. ...ux qui ont été imprimés ont été recueillis par La Hire ; ils ont ...u dans le Tome V des Mémoires de l'Académie des Sciences ; ...voici les titres : *Traité des triangles en nombres ; Méthode ...r trouver la solution des problèmes par les exclusions ; ...régé des combinaisons ; Traité des quarrés magiques ; Table ...nérale des quarrés de quatre en quatre.*

On attribue encore à Frenicle deux Traités inédits s
nombres premiers et les nombres polygonaux. Enfin des
ments récemment publiés mentionnent de lui des comm
sur les dialogues de Galilée et des calculs pour les éclipses.

M. Charles Henry a extrait de sa correspondance inédite
Huyghens l'énoncé du problème suivant, qui a été résolu
par le père Pépin : il s'agit de trouver les solutions enti
système des équations

$$x^2+y^2=z^2$$
$$u^2+v^2=x^2$$
$$u-v=x-y.$$

BORELLI (JEAN-ALPHONSE).

(Né à Naples en 1608, mort en 1679.)

Médecin et mathématicien, disciple de Benedetto Castelli.
Il étudia la Physique et les Mathémathiques à Pise, obtint
chaire à Messine, fut rappelé à Pise en 1656 par Ferdinand
pour y occuper la chaire de Mathématiques, et contribu
fondation, dans cette ville, de l'*Academia del cimento*, d
membres s'étaient surtout préoccupés de propager les i
Galilée et d'en multiplier les applications.

Il se voua alors à l'étude et au progrès des Sciences méd
qu'il chercha surtout à faire profiter des connaissances
acquises en Mécanique et en Physique. Il est le premier p
logiste qui ait donné l'explication des mouvements produ
les animaux au moyen de leurs muscles, d'après la manièr
ces muscles sont rattachés à la charpente osseuse, en fai

sorte de recherches une judicieuse application de la théorie
vier. Le principal de ses ouvrages, intitulé : *De motis ani-*
m (1680-1681) a précisément pour objet cette importante
e.

avait découvert dans un manuscrit arabe le 7e livre des
es d'Apollonius et en donna une traduction; il publia en
Pise : *Euclides restitutus, Appollonii elementa conica* et
nedis opera breviori methodo demonstrata.

TORRICELLI (EVANGELISTA).

(Né à Faenza en 1608, mort en 1647.)

tudia d'abord au collège des jésuites de sa ville natale.
yé à Rome à l'âge de vingt ans pour y suivre les leçons de
t Castelli, disciple de Galilée, il ne tarda pas à devenir
et le confident de ce maître, qui le mit bientôt en relation
Galilée lui-même.

premier travail, qui ne fut imprimé qu'en 1644, refondu
plusieurs autres, avait pour objet l'étude du mouvement
olique des projectiles; il contenait cette remarquable pro-
ion, que les paraboles décrites par une infinité de projectiles
s d'un même point, avec la même vitesse, dans toutes les
tions, ont pour enveloppe un même paraboloïde, en dehors
el aucun projectile ne peut parvenir. Le manuscrit fut
yé à Galilée, qui conçut dès lors une estime méritée pour le
e savant et désira l'avoir près de lui. Mais la réunion n'eut
que beaucoup plus tard, et Torricell ne put jouir que
nt trois mois de la société de l' vieillard

Le P. Mersenne avait, en 1638, annoncé à Galilée la découverte que Roberval venait de faire de la quadrature de la cycloïde. L'annonce ne contenait aucune démonstration ; Galilée, qui premier, avait attiré l'attention des géomètres sur cette courbe transmit la lettre de Mersenne à ses disciples et à ses amis. Cavalieri ne put parvenir à résoudre la question ; Torricelli trouva l'aire de la courbe. Viviani en détermina la tangente.

Torricelli a depuis publié, en 1644, à la suite de ses autres ouvrages, la démonstration qu'il avait trouvée de la formule qui donne la quadrature de la courbe ; cette publication, faite de bonne foi, et d'autant plus légitime que Roberval n'avait fourni aucune preuve, fut l'origine d'une longue querelle qui abrégea les jours de Torricelli et sur laquelle nous reviendrons.

On ne sait pas à quelle époque il découvrit sa fameuse loi de l'écoulement des liquides ; elle n'a été rendue publique qu'en 1644.

L'origine de la découverte du baromètre est mieux connue : des fontainiers de Florence, ayant voulu établir une pompe aspirante pour élever l'eau à une hauteur qui dépassait 32 pieds, n'avaient naturellement pas pu parvenir à la faire fonctionner utilement ; ils vinrent consulter Galilée, qui, d'abord embarrassé, répondit à tout hasard que la nature n'avait horreur du vide que jusqu'à 32 pieds. Il touchait alors au terme de sa vie et, quoiqu'il eût certainement connaissance de la pesanteur de l'air, comme on le voit dans ses *Dialogues*, il ne put que léguer à Torricelli le soin de trancher la question. C'est en 1643 (Galilée venait de mourir) que Torricelli, soupçonnant que le contre-poids qui soutient l'eau au-dessus de son niveau dans le tuyau d'une pompe aspirante est le poids de la masse d'air

uyée sur sa surface extérieure, imagina de répéter l'expérience un liquide plus dense que l'eau, pour voir si la différence niveau serait moindre, comme il supposait que cela devait . Il se servit pour cela du mercure; il en remplit un tube né par un bout, le renversa par l'autre bout dans un bain du me liquide, et ainsi le premier baromètre se trouva construit.

a mort de Galilée avait laissé vacante la chaire de Mathématiques à l'Académie de Florence; Torricelli, qui avait assisté ce nd homme à son lit de mort, et qui avait reçu de lui le dépôt ses papiers, fut appelé à lui succéder, et le grand-duc le nma un de ses mathématiciens.

En 1644, comme nous l'avons déjà dit, Torricelli songea à nir tous ses ouvrages et à les publier. La plupart se rapportent à la pesanteur; il les rassembla sous le titre : *De motu evium naturaliter accelerato*. On y remarque, outre ce dont us avons déjà parlé, ce principe, qui est peut-être la plus ienne expression rudimentaire du théorème des vitesses virlles : « Lorsque deux poids sont tellement liés ensemble, étant placés comme l'on voudra leur centre de gravité nmun ne hausse ni ne baisse, ils sont en équilibre dans toutes situations. » C'est à l'aide de ce principe que Torricelli déterinait le rapport de deux poids qui, attachés à une même corde ssée sur une poulie, et reposant sur deux plans diversement linés, s'y font équilibre.

La publication de ses *opuscula geometrica*, composés de trois ités *de Solidis sphæralibus, de Quadratura parabolæ* et *de lido hyperbolico acuto*, avec un appendice *de cycloïde* lorence 1644) attira, comme nous l'avons dit, à Torricelli injustes reproches de la part du vain et irascit

Celui-ci passant bientôt d'une discussion modérée aux p violentes injures, Torricelli mit fin à la querelle en lui répo dant, par une lettre de 1646, « qu'il importait peu que le p blème de la cycloïde fût né en France ou en Italie; qu'il ne disait pas l'inventeur; que jusqu'à la mort de Galilée on n'a point connu en Italie la mesure de cette courbe, qu'il a trouvé les démonstrations qu'on lui contestait et qu'il s'inqu tait peu qu'on le crût ou non; que si l'on était si jaloux de découverte, il l'abandonnait à qui la voulait, pourvu qu'on prétendît pas la lui arracher par violence, etc. » C'est cette l que Pascal a plus tard travestie, en la présentant comme rétractation et un aveu.

Le traité *de Solido hyperbolico acuto* contient la déterm tion du volume engendré par la révolution de l'aire comp entre une hyperbole et son asymptote, autour de cette asympt

Comme Galilée, Torricelli était aussi habile à exécuter instruments qu'à les imaginer, et l'on montre encore à Flo plusieurs objectifs travaillés par lui. Ses ouvrages sont d'aill remarquables sous le rapport du style, par l'élégance, la conci et la clarté. Outre quelques opuscules que nous n'avons mentionner, il a laissé un grand nombre de manuscrits, que l conserve précieusement à Florence, mais que l'on ferait peut-ê mieux de publier.

Le dernier ouvrage que nous ayons de Torricelli a été pub après sa mort, en 1647, sous le titre *Exercitationes Geo tricæ*; il contient ses recherches sur les quadratures des parab de degrés supérieurs, la cubature des volumes engendrés p leurs segments et la détermination des centres de gravité de segments.

Voici comment Pascal parle du démêlé de Roberval avec Tor-elli, au sujet de la quadrature de la cycloïde :

« Ainsi la chose devint publique, et il n'y eut personne en ance, de ceux qui se plaisent à la Géométrie, qui ne sût que de Roberval était l'auteur de cette solution, à laquelle il en uta dans ce temps (1635) deux autres : l'une sur la dimension solide à l'entour de la base; l'autre l'invention des touchantes cette ligne, par une méthode qu'il trouva alors et qu'il divul-a incontinent...

« En 1638, feu M. de Beaugrand, ayant ramassé les solutions plan de la roulette, les adressa à Galilée sans nommer les eurs...

« Galilée mourut bientôt après et, M. de Beaugrand aussi. rricelli succéda à Galilée, et, tous ses papiers lui étant venus re les mains, il y trouva entre autres ces solutions de la rou-e, sous le nom de cycloïde, écrites de la main de M. de Beau-and, qui paraissait en être l'auteur, lequel étant mort, il crut 'il y avait assez de temps passé pour faire que la mémoire en perdue, et ainsi il pensa à en profiter. Il fit donc imprimer n livre en 1644, dans lequel il attribue à Galilée ce qui est dû Père Mersenne, d'avoir formé la question de la roulette; et à -même ce qui est dû à M. de Roberval, d'en avoir le premier nné la résolution...

« Beaucoup de monde y a été pris et je l'avais été moi-même; qui a été cause que, par mes premiers écrits, je parle de cette ne comme étant de Torricelli, et c'est pourquoi je me suis ti obligé de rendre par celui-ci à M. de Roberval ce qui lui partient véritablement. »

Si l'on passe sur l'histoire des petits papiers de M. de Beau-

grand, le raisonnement peut se résumer ainsi : « Tout le mo[illegible] en France savait que Roberval avait quarré la cycloïde; or, m[illegible] Pascal, qui habite Paris, je l'ignorais; donc Torricelli, qui ré[illegible] dait à Florence, le savait parfaitement. » Ce syllogisme a bie[illegible] grâce suffisante, mais le sérieux y manque. Pascal aurait d[illegible] ajouter : « car Torricelli avait le télescope de Galilée. »

Rien de triste comme ces perpétuelles accusations de plagi[illegible] elles nuisent encore plus aux accusateurs qu'aux accusés.

WHARTON (THOMAS).

(Né dans le Yorkshire en 1610, mort en 1673.)

Il est le premier qui ait étudié avec soin les glandes, dont [illegible] donna la description complète dans son *Adenographie* (Lond[illegible] 1656) où il distingue les artères, les veines, les nerfs et [illegible] canaux excréteurs. C'est lui qui découvrit le canal excré[illegible] (canal de Wharton) par lequel se déverse dans la bouche [illegible] liquide formé dans les glandes sous-maxillaires.

BOBART (JACQUES).

(Né à Brunswick en 1610, mort à Oxford en 1679.)

Médecin et botaniste. Il fut le premier surintendant du ja[illegible] botanique créé en 1632 à Oxford par le comte de Derby. On [illegible] doit les premières observations sur les organes sexuels [illegible] plantes; il reconnut que le *lychnis dioïca* a des fleurs mâles [illegible] des fleurs femelles. Il isola une plante à fleurs femelles qu[illegible]

ctifia point. Ensuite il secoua sur quelques plantes à fleurs
nelles, isolées, la poussière des fleurs mâles; les fleurs de
les qui avaient reçu la poussière furent seules fécondées.

Il a laissé un *Catalogus plantarum horti medici oxoniensis*
548).

FERDINAND II DE MÉDICIS, GRAND DUC DE TOSCANE.

(Né en 1610, mort en 1670.)

C'est sous son règne que Galilée reçut à Florence l'ordre de se
dre à Rome pour y comparaître devant le tribunal de l'Inqui-
on. Quoique entièrement soumis à la cour de Rome, Ferdi-
nd II ne laissa pas que d'être utile à Galilée durant son
cès. L'intervention active de son ambassadeur près le Saint-
ge, Nicolini, obtint en effet d'Urbain VIII, pour l'illustre
ronome, un traitement moins rigoureux que celui qui atten-
t ordinairement les victimes de l'Inquisition.

En 1646, Ferdinand II perfectionna le thermomètre imaginé
s 1602 par Galilée et déjà amélioré en 1615 par Sagredo : les
rmomètres de Galilée et de Sagredo étaient des thermoscopes à
; Ferdinand remplit entièrement la boule et le tube d'esprit
vin coloré et ferma le tube après avoir entièrement chassé l'air
l'appareil.

Mais Ferdinand n'eut pas l'idée de graduer son instrument
tre deux points fixes. Ce furent Boyle et Halley qui y appor-
ent ce dernier perfectionnement.

HÉVÉLIUS (JEAN).

(Né à Dantzig en 1611, mort en 1687.)

Astronome. Son véritable nom est Hovel.

Il construisait lui-même ses instruments et ses lunettes; imprimait ses ouvrages. Sa femme observait avec lui; il la représente dans une des planches de sa *Machine céleste*. Colbert mit au nombre des savants étrangers à qui Louis XIV fit des pensions. En 1679, un incendie allumé par son domestique consuma sa maison, son observatoire, qu'il avait établi au-dessus, ses livres, ses instruments et l'édition presque entière du second volume de sa *Machine céleste*.

Le recueil manuscrit de ses observations, acheté par Delisle, est à l'Observatoire de Paris.

Son premier ouvrage est intitulé *Selenographia, sive Lunae descriptio*, etc. (1647). Il débute par des détails sur la construction et l'usage des lunettes, et indique l'emploi d'un *polémoscope* formé de deux tubes recourbés à angle droit, à l'intersection desquels se trouve un miroir incliné sur chacun de de 45°. On emploie quelquefois cet appareil pour observer plus commodément près du zénith.

Il donne ensuite à peu près exactement les durées des révolutions de quatre satellites de Jupiter. Il admet le mouvement elliptique des planètes autour du Soleil.

Il employa quatre ans à dresser sa carte de la Lune, dont gravait lui-même, à mesure, les planches au burin. Pour estimer la hauteur des montagnes, il observait, comme on fait aujourd'hui, la distance des sommets à la limite de l'ombre; mais calcul lui donna des hauteurs exagérées. Il est le premier astronome

me qui ait fait une bonne étude du mouvement libratoire. Son second ouvrage est sa *Cométographie*, dédiée à Louis XIV 1668. On n'y trouve, au milieu d'élucubrations de tous nres, qu'une seule bonne idée, c'est que les comètes, probable- ent, décrivent des paraboles et non pas des lignes droites, mme on le croyait avant lui. Mais il était bien éloigné de les mparer aux planètes. C'est par une assimilation confuse avec mouvement des corps près de la surface de la Terre que l'idée i était venue de supposer parabolique le mouvement des mètes.

Sa *Machine céleste* est aussi dédiée à Louis XIV. Le premier lume est de 1673, le second de 1679; ce second volume est très re. L'ouvrage entier ne contient guère, outre la description s instruments, que le détail des innombrables observations tes avec soin par l'auteur; on y remarque cependant la pre- ière observation d'une étoile double, la 61e du Cygne. Son rnier grand ouvrage, *Prodromus Astronomiæ*, etc., ne parut 'après sa mort, en 1690; il est dédié par sa veuve à Sobieski. évélius croyait la hauteur du pôle et l'obliquité de l'écliptique nstantes. Il donnait encore au Soleil une parallaxe horizontale 40″. L'Observatoire de Paris possède un recueil étendu de ses ttres manuscrites.

BOSSE (ABRAHAM).

(Né à Tours en 1611, mort en 1678.)

Peintre et graveur distingué. Il avait appris de Desargues la erspective dont il composa un bon traité. C'est à lui du reste

qu'on doit ce qui nous est parvenu des ouvrages de Desarg

Reçu à l'Académie de Peinture de Paris, qui venait d
fondée, il fut chargé d'y enseigner la Perspective. Mais ses th
ries déplurent à plusieurs de ses collègues, notamment à Le
La vivacité avec laquelle il défendit ses opinions lui suscit
nombreux ennemis qui eurent le crédit de le faire exclu
l'Académie; il quitta Paris et se retira à Tours où il termin
carrière.

Il a laissé près de mille gravures estimées et quelques tabl

TACQUET (ANDRÉ).

(Né à Anvers en 1612, mort en 1660.)

Jésuite. Il enseigna les Mathématiques à Louvain et ensu
Anvers. Il a publié : *Elementa Geometriæ planæ ac so*
(Anvers, 1654); *Arithmeticæ theoria et praxis* (Anvers, 16
et différents autres ouvrages de moindre importance.

Ses œuvres ont été réunies après sa mort et publiées en 1
en deux volumes *in-folio*. Le premier volume est tout e
consacré à l'Astronomie; le second contient : *Geometria p*
tica, en cinq livres; *Optica*, en trois livres; *Catoptrica*, en
livres, *Cylindrica et annularia*, en cinq livres; il se termine
une dissertation *De Circulorum volutionibus*. Ces deux vo
se trouvent à la bibliothèque de la Sorbonne.

Tacquet, dans son Astronomie, conserve l'hypothèse
l'immobilité de la Terre; il avoue cependant que l'opi
contraire a trouvé de savants défenseurs. Il refait, dans ses *Cyl*
drica et annularia, toute la théorie des onglets; Pascal le ci
ce sujet.

PERRAULT (CLAUDE).

(Né à Paris en 1613, mort en 1688.)

on père était avocat au Parlement. Il étudia d'abord la Méde- et se fit recevoir docteur. Il fut chargé par Colbert de tra-e Vitruve en français. Les études qu'il fut obligé de faire comprendre cet auteur lui inspirèrent le goût le plus pour l'architecture et dévoilèrent les rares dispositions qu'il t pour cet art. Mais ce goût pour l'architecture ne lui fit pas donner ses recherches en Médecine et surtout en Anatomie. enu membre de l'Académie des Sciences, il disséqua un d nombre d'animaux dont l'anatomie était peu ou pas con- et consigna ses recherches dans les Mémoires de l'Académie. essais de Physique renferment plusieurs Mémoires intéres-s de physiologie, notamment sur la Mécanique animale. Lors- l fut question de donner au Louvre une façade digne de la deur du monument, il prit part au concours qui fut alors ert et ses dessins furent préférés à ceux des artistes les plus ingués. Son œuvre de début fut donc cette fameuse *colonnade Louvre*, construite de 1666 à 1670, et qui, malgré quelques erfections, reste une des belles créations du XVII^e^ siècle. On doit encore l'Observatoire de Paris, dans la construction uel il ne fit entrer ni fer ni bois et où il montra une rare con-ssance de la coupe des pierres; des travaux d'embellissement ersailles; enfin un arc de triomphe à la porte Saint-Antoine, uel fut démoli en 1716. Il en reste une gravure de Sébastien lere.

'est pour le blesser que Boileau écrit : *Soyez plutôt maçon, 'est votre métier.* La colonnade du Louvre et l'Observatoire

suffisent pour montrer qu'il était du moins un maçon d'un g
talent, et les éloges que lui donne Cuvier prouvent qu'il
aussi un bon naturaliste.

C'est lui qui, plus frappé des erreurs des anciens que
à leurs beautés, commença cette querelle à laquelle son
Charles prit ensuite la plus grande part, et dans laquelle Bo
se permit autant de violences que ses adversaires montrè
modération.

Claude Perrault dirigeait à l'Académie des Sciences les tra
relatifs à l'histoire naturelle. Il a laissé sur l'Anatomie un ouv
estimé, dans lequel il fait justice des fables antiques sur le c
léon, la salamandre et le pélican; ses *Œuvres de Physique*
tiennent une théorie remarquable de l'organe de l'ouïe et
fonctions; enfin son Traité sur la *Mécanique des animaux*
rempli d'observations justes, et souvent fines, sur l'orga
en général.

Perrault fut la victime de son amour pour la Science. Il mou
des suites d'une piqûre anatomique qu'il se fit en disséquant
chameau mort d'une maladie contagieuse. Indépendamment
grand nombre de Mémoires insérés dans le Recueil de l'Acad
des Sciences, et pour la plupart relatifs à l'Histoire naturelle,
lui doit : les *Dix livres d'Architecture de Vitruve, corrigés*
traduits nouvellement en français avec notes et figures (P
1673, in-fol.); *Ordonnance des cinq espèces de colonnes*
la méthode des anciens (Paris, 1683, in-fol.); *Essai de Phy*
sique ou *Recueil de plusieurs Traités touchant les choses*
relles (1680, 3 vol. in-12); *Mémoires pour servir à l'his*
naturelle des animaux (Paris, 1676, in-fol.); *Œuvres div*
de Physique et de Mécanique (Paris, 1725, in-12).

NICERON (JEAN-FRANÇOIS).

(Né à Paris en 1613, mort à Aix en 1646.)

ıime. On le connaît surtout pour sa *Perspective curieuse* ;, 1638), qui roule presque entièrement sur la théorie des ıorphoses.

vait, entre autres objets de curiosité, dressé un tableau qui, l nu, représentait le sultan Achmet, alors régnant, et qui, travers un verre d'une forme convenable, reproduisait ıits de Louis XIII.

LÉOPOLD DE MÉDICIS.

(Né vers 1613.)

dinal, frère de Ferdinand II de Toscane.

onda, en 1657, à Florence, l'Académie del Cimento (Aca- : de l'Expérience), et traça lui-même le plan de ses recher- il recommanda aux académiciens qu'il avait institués ıspirer des idées et des méthodes de Galilée.

physiciens de Florence publièrent leurs recherches en 1667, e titre d'*Essais*. Ces *Essais* ont été traduits en latin par ıenbroeck.

ci les principales expériences relatées dans cet ouvrage : le de Torricelli étant terminé à sa partie supérieure par un . de verre assez spacieux, on y introduisait une petite vessie ;, qui se gonflait lorsque le mercure était descendu; on y ımait au moyen d'un miroir ardent une petite pastille com- le, et la fumée produite tendait à se précipiter vers le bas; une .e d'acier était attirée par l'aimant comme si le ballon eût été

plein d'air. On connaît l'expérience sur l'incompressibi- rente de l'eau qui met en évidence la porosité des mé- finement travaillés, l'or et l'argent. L'Académie de proposa ensuite de vérifier l'assertion de Galilée que congelant devait se dilater, puisqu'elle surnageait. L'ex journalière des vases en verre ou en terre que nous casser en hiver, lorsqu'on y a oublié de l'eau, cette ne paraissait pas concluante, parce que la cassure attribuée au froid; les Académiciens de Florence la sur des sphères creuses de cuivre, d'argent ou d'or qui paient comme verre. Ils employaient pour produire la tion de l'eau un mélange réfrigérant de neige et de d'ammoniaque. Boyle faisait en même temps les mêm riences en Angleterre; mais les Académiciens de Léopol lurent connaître le rapport des densités de la glace et de trouvèrent que ce rapport est celui de 8 à 9.

Ils perfectionnèrent le thermomètre, mais sans recouri la graduation, à des points nettement déterminés. Ils co sirent aussi le premier hygromètre, formé d'un ballon de rempli de glace pilée et sur la surface extérieure duquel la d'eau contenue dans l'atmosphère venait se condenser en pl moins grande quantité, selon son abondance. Ils confir l'opinion de Gassendi que tous les sons se propagent avec la vitesse. Ils trouvèrent que la densité de l'air est à celle de comme 1 est à 7853, résultat bien moins inexact que ceu avaient été adoptés auparavant.

CLERSELLIER (CLAUDE).

(Né vers 1614, mort à Paris vers 1686.)

I était depuis longtemps lié avec Descartes; à la mort du e Mersenne, Descartes choisit Clersellier pour son correspon-t en France.

lersellier était avocat au Parlement de Paris. Ce fut lui qui eillit et publia les écrits posthumes de Descartes, trois volumes ettres, puis le *Traité de l'homme*, le *Traité de la formation œtus*, le *Traité de la lumière* et le *Traité du monde* (Paris, 7).

VAN HEURAET.

(Né en Hollande en 1615.)

est le premier qui ait conçu d'une manière générale l'iden-des deux problèmes de la rectification et de la quadrature courbes. Il enseigna la manière de former l'équation de la be dont l'aire devait avoir même mesure que la longueur e courbe donnée.

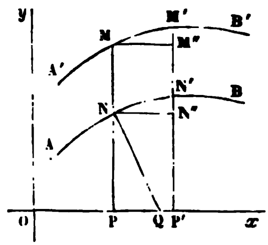
découverte a été revendiquée par Wallis en faveur de Neil, avait auparavant rectifié la parabole cubique $y^3 = ax^2$; mais l n'avait pas, comme Van Heuraët, envisagé le problème s toute sa généralité.

oici la méthode indiquée par Van Heuraët :

oit AB la courbe qu'il faut rectifier; il s'agit de trouver une e courbe A'B' telle que l'élément de son aire, MPP'M', soit au rectangle compris sous l'élément NN' de la longueur B, et sous une ligne arbitraire h, de façon que le rectangle

compris sous la ligne h et un arc indéfini de AB étant égal à l'
du segment de A'B', compris entre les mêmes ordonnées
de AB soit égal à la quatrième proportionnelle à h et aux
dimensions du segment.

Fig. 7.



Soient NQ (*fig.* 7) la normale en N à AB, x et y les coor-
nées du point N, Y l'ordonnée MP de la courbe cherchée.
Heuraët dit que Y sera fourni par la proportion

$$\frac{Y}{h} = \frac{NQ}{y},$$

ce qui est rendu évident par la proportion

$$NN' : NN'' :: NQ : NP.$$

Il y a, sur cette manière de présenter la solution du prob
deux remarques à faire : la première, que, même après Desc
les géomètres éprouvent encore une certaine répugnance
seulement à ne pas introduire directement les grandeurs gé
triques dans leurs formules, mais même à faire intervenir l'i
concrète imaginée par notre illustre philosophe ; pour éviter
trusion des nombres, ils préfèrent encore les méthodes de
d'Apollonius et de Pappus ; la seconde est qu'ils paraissent re

la Trigonométrie une place honorable en Géométrie. En effet, an Heuraët aurait bien pu remplacer $\frac{NQ}{NP}$ par l'inverse du sinus de l'angle de la tangente en N à AB, avec l'axe des x, ou, utôt, ne pas remplacer le cosinus de cet angle, auquel il a dû nger d'abord, par le rapport de l'ordonnée à la normale, idée ıi, sans doute, n'a dû lui venir qu'après coup.

Il semble que la Trigonométrie, à cette époque, ne fasse pas ıcore partie de la Science ; elle appartient à l'art pratique. Les éomètres l'abandonnent aux astronomes, qui sont bien obligés e se contenter de valeurs approchées.

Nous verrons qu'Huyghens n'y recourt pas plus que Van Heuıët, même dans le calcul du rayon de courbure, ce qui, au reste, e rend pas sa démonstration plus claire.

WALLIS (JOHN).

(Né à Ashford en 1616, mort à Londres en 1703.)

Il fit ses études à Cambridge et embrassa ensuite la carrière cclésiastique. Quoique opposé aux doctrines des indépendants, fut, en 1649, nommé à la chaire de Géométrie, fondée à l'Uniersité d'Oxford par le chevalier Saville. A la Restauration, Charles II le confirma dans son poste et le nomma, en outre, garde des archives de l'Université. Wallis fut l'un des fondateurs t des premiers membres de la Société royale de Londres, et l'un es créateurs de l'enseignement des sourds-muets. Ses ouvrages mathématiques ont été publiés sous le titre : *J. Wallisii opera mathematica* (1697-1699, 3 vol.). Un quatrième volume, conte-

nant ses ouvrages théologiques ou de morale, a été ajouté depuis à l'édition première.

Les ouvrages mathématiques de Wallis sont : *Traité analytique des sections coniques; Algèbre*, précédée d'une histoire de cette Science; *Arithmétique des infinis* (*Arithmetica infinitorum sive nova methodus inquirendi curvilineorum quadraturam*, etc.), publiée en 1655, vingt ans, par conséquent, après l'apparition des indivisibles de Cavalieri, mais trois ans avant l'ouverture du premier concours proposé par Pascal sur la cycloïde; *De cycloide et cissoïde; De curvarum rectificatione et complanatione* (16..); *De centro gravitatis* (1669); *Traité du mouvement* (1670), et un grand nombre d'opuscules.

Le *Traité analytique des sections coniques* de Wallis est le premier ouvrage où ces courbes aient été considérées non plus comme sections d'un cône, mais comme courbes du second degré, d'après la méthode des coordonnées de Descartes; toutes leurs propriétés y sont déduites de leur définition analytique. Wallis, dans cet ouvrage, rend implicitement hommage à notre philosophe, quoiqu'il ne l'aimât guère, comme il l'a prouvé par l'injuste partialité qu'il a montrée à son égard dans son histoire de l'Algèbre, où, qualifiant à regret d'*assez belle* la fameuse règle des signes, il accuse aussitôt après Descartes de plagiat envers Harriot, pour n'avoir pas reporté à ce géomètre anglais la découverte de la composition des coefficients en fonction des racines, découverte dont l'honneur revient bien plus légitimement à Viète.

L'*Arithmétique des infinis* est le grand œuvre de Wallis; elle fit faire à la Géométrie des progrès considérables dans toutes les questions qui sont aujourd'hui du domaine du Calcul inté-

avalieri, Fermat, Descartes, Roberval avaient obtenu la nule de quadrature d'une parabole de degré quelconque $= x^m$, m étant entier et positif.

lais c'est Wallis qui a donné le premier une démonstration à près générale de cette formule, et nous allons d'abord indir la manière dont il y arrive.

a question est de comparer l'aire du segment de la parabole

$$y = \frac{x^m}{a^{m-1}},$$

npris entre l'axe des y et une ordonnée quelconque de la rbe, à celle du rectangle qui aurait pour côtés la même ordonnée 'abscisse correspondante.

i l'abscisse du dernier point de l'arc considéré est divisée en très grand nombre n de parties égales, et que l'une de ces ties soit h, l'un des éléments de l'aire du segment sera

$$\frac{h^m}{a^{m-1}} p^m h,$$

lésignant un nombre quelconque compris entre o et n; d'un tre côté, l'élément correspondant du rectangle sera toujours

$$\frac{h^m}{a^{m-1}} n^m h.$$

segment sera donc représenté par

$$\frac{h^{m+1}}{a^{m-1}} \Sigma_0^n p^m,$$

idis que le rectangle le sera par

$$\frac{h^{m+1}}{a^{m-1}} n.n^m;$$

par suite, le rapport cherché est la limite vers laquelle tend

$$\frac{\Sigma_0^{n-1} p^m}{n . n^m}$$

lorsque n croît indéfiniment, ou celle de

$$\frac{\Sigma_0^n p^m}{(n+1) n^m},$$

si, comme le fait Wallis, on compte aussi les deux éléments qui commencent à l'abscisse nh.

Pour faire le calcul, nous prendrions simplement la formule

$$(n+1)^{m+1} = (m+1) S_m + \frac{(m+1) m}{1 . 2} S_{m-1} + \ldots$$

qui donne la somme S_m des $m^{\text{ièmes}}$ puissances des n premiers nombres entiers, en fonction des sommes des puissances moindres des mêmes nombres, et nous en tirerions immédiatement, pour le cas où n deviendrait infini,

$$\frac{S_m}{(n+1) n^m} = \frac{1}{m+1},$$

parce que les quotients des sommes S_{m-1}, S_{m-2}, par $(n+1)$ tendraient tous vers zéro.

C'est, en effet, ce que trouve Wallis; mais il y arrive d'une façon très pénible, non parce qu'il ne connaît pas la formule du développement de la puissance $(m+1)$ d'un binôme, car il lui suffirait d'en connaître les deux premiers termes, mais parce qu'il ne fait pas le calcul algébriquement : il prend, pour chaque valeur de m, une série d'exemples numériques, en donnant à n successivement différentes valeurs, et calcule chaque fois le rapport

ché, qui se trouve toujours être $\frac{1}{m+1}$, augmenté d'une ion ayant pour numérateur 1 et pour dénominateur un bre qui augmente indéfiniment avec n.

n résumé, Wallis démontre d'une façon à peu près suffisante l'aire de la parabole

$$a^{m-1}y = x^m,$$

prise entre la courbe, l'axe des x, l'axe des y et l'ordonnée spondante à l'abscisse x, est

$$\frac{1}{m+1}\frac{x^m . x}{a^{m-1}},$$

que le rectangle auquel on l'a comparée avait pour côtés et x, et que le rapport est $\frac{1}{m+1}$.

ais on ne trouvera plus, dans ce qui va suivre, que des nations sans preuves. Toutefois, les propositions seront tes, ce qui est le principal. Car une invention heureuse, e imparfaitement justifiée, est toujours plus méritoire que es les démonstrations qui viennent ensuite la confirmer.

allis remarque d'abord, proposition XLVI (il y en a quarante-pour ce qui précède), que : « *Data ratione quam habet series cujuslibet potestatis, ad seriem æqualium, reperitur ratio n habet alia series alterius cujusvis potestatis ad seriem æqualium : inveniendo nempe homologum terminum pro-sionis arithmeticæ.* » C'est-à-dire : Lorsqu'on a trouvé la on de la somme prolongée indéfiniment des puissances sem-les et entières des n premiers nombres entiers, à la somme tant de termes égaux au dernier, on a, par cela même, la on de la somme d'autres puissances semblables des mêmes

premiers nombres à la somme d'autant de termes égaux au dernier de la nouvelle série; car il suffit, pour cela, de prendre le terme correspondant de la progression arithmétique.

Par exemple : « *Si series quartanorum rationem habet ad seriem æqualium, eam quæ est* 1 *ad* 5 *sive* $\frac{1}{5}$; *series sextanorum habebit rationem* 1 *ad* 7 : *quia in progressione arithmetica terminus post unitatem quartus est* 5, *terminus sextus erit* 7. » C'est-à-dire : Si la somme des quatrièmes puissances est dans le rapport de 1 à 5 avec la somme d'autant de termes égaux au dernier de la série, la somme des sixièmes puissances sera dans le rapport de 1 à 7 avec la somme d'autant de termes égaux au dernier de la nouvelle série; parce que, dans une progression arithmétique où le quatrième terme après l'unité est cinq, le sixième est sept.

« *Atque* (Proposition XLVII) *hæc regula non minus valebit si exponatur series quantitatum quarumlibet (non quidem juxta seriem primanorum, sed) juxta quamvis aliam Tabellæ seriem, et de illarum quadratis, cubis, etc., inquiratur.* » C'est-à-dire : Et cette règle sera tout aussi bien applicable s'il s'agit d'une somme de puissances quelconques, non, à la vérité, à l'égard de la somme des premières puissances, mais à l'égard d'une somme quelconque contenue dans la Table (des raisons trouvées plus haut et dont la formule générale, que ne donne pas Wallis, est $\frac{1}{m+1}$) et à l'égard de la somme des quarrés, des cubes, etc., des termes de la somme considérée.

« Par exemple, la raison, pour la somme des quarrés (*secundanorum*) est celle de 1 à 3 : elle sera de 1 à 5 pour la somme

és de ces quarrés, de 1 à 7 pour la somme de leurs cubes, *et inceps* (et ainsi de suite), parce que, à la progression géo-que

Unitas, *radix*, *quadratum*, *cubus*, etc.,

pond la progression arithmétique

1, 2, 3, 4, etc.

e que l'on peut vérifier sur la table, car la somme des quar-s quarrés est la somme des quatrièmes puissances (*quartano*-et celle des cubes des quarrés est celle des sixièmes puis-(*sextanorum*), et les raisons qui leur conviennent sont de 1 à 5 et de 1 à 7. »

Et cela pourrait paraître un peu naïf, car ce n'est que la tion de cette identité que, si

$$m = m'm'',$$

$$\frac{1}{m+1} = \frac{1}{m'm''+1}.$$

is ce n'est pas en vue du fait lui-même que Wallis énonce guement cette règle; c'est pour l'étendre, par analogie, au cas somme prolongée indéfiniment des racines de même indice uissances semblables et entières des n premiers nombres s.

ar cela, il commence par remarquer, proposition LI, que : *exponatur series quantitatum quarumlibet, juxta quam-Tabellæ seriem; de illarum radicibus quadratis, is, etc., aut quibusvis intermediis potestatibus, pariter rendum erit.* » C'est-à-dire : si l'on considère la somme de leurs d'une même nature formant une des séries contenues

dans la Table, on pourra passer de cette somme à ce
racines quarrées, cubiques, etc., de ses termes.

Par exemple : « *Si exponantur infinita numero quadr*
quælibet plana similia), juxta seriem quartanorum (ai
gnatur, in Tabella, ratio 1 *ad* 5) : *series laterum (vel re*
in illis similiter positarum) rationem habebit (ad serie
lium) 1 *ad* 3 : *quia* 1, 3, 5 *sunt arithmetice proportio*
etiam quia ubi plana sunt series quartanorum, eorum
erunt series secundanorum, quibus assignatur in T
ratio 1 *ad* 3. » C'est-à-dire : si l'on considère la somme de
en nombre infini (ou de figures planes semblables quelco
formant une série proportionnelle à celle des quatrièmes
sances des nombres, telle que

$$0a^2,\quad 1a^2,\quad 16a^2,\quad 81a^2,\quad 256a^2, \text{etc.},$$

pour laquelle la Table assigne une raison égale à celle de 1
la somme des côtés (ou des lignes homologues) qui form
série

$$0a,\quad 1a,\quad 4a,\quad 9a,\quad 16a, \text{etc.},$$

aura (avec la somme d'autant de termes égaux au dernie
la raison de 1 à 3, parce que 1, 3, 5 sont en progression ari
tique (c'est la preuve que Wallis préfère, dans l'intérê
théorie) ; ou bien (ce qui constitue une vérification de
preuve), parce que, si les figures planes sont comme les quat
puissances des nombres entiers, leurs lignes homologues s
comme les quarrés de ces nombres, et que la Table, alors,
nera pour raison celle de 1 à 3.

De même, si les quarrés considérés formaient une série pro

lle à celle des sixièmes puissances des nombres, leurs côtés aient une série proportionnelle à celle des cubes des es et la raison qui conviendrait à la somme de ces côtés, rée à celle d'un nombre égal de côtés égaux au dernier, celle de 1 à 4, parce que, entre 1 et 7, la moyenne arithmést 4.

nême si, au lieu de quarrés ou de figures planes semblables, sidérait des cubes ou des polyèdres semblables.

is arrive alors, propositions LIII et LIV, au théorème vait en vue et qui concerne la détermination de la limite quelle tend le rapport

$$\frac{\Sigma_0^n \sqrt[m]{n}}{(n+1)\sqrt[m]{n}}$$

e n croît indéfiniment.

is intellectis, patet aditus ad investigationem rationum ad seriem maximæ æqualium) habere dicantur ejusmodi radicum quadraticarum, cubicarum, biquadratica- etc., numerorum sive quantitatum arithmetice propor- ium, a puncto vel o inchoatarum, quas appello series undanorum, subtertianorum, subquartanorum, etc. »

à-dire : cela posé, la marche à suivre pour trouver les s des sommes prolongées indéfiniment des racines quar- ubiques, quatrièmes, etc., des premiers nombres entiers, ommes de pareils nombres de termes égaux aux derniers, chaque série, est maintenant évidente : ces raisons seront,

ır la série des racines carrées, $\frac{2}{3}$ (*subsecundanorum*);
ır la série des racines cubiques, $\frac{3}{4}$ (*subtertianorum*);
ır la série des racines quatrièmes, $\frac{4}{5}$ (*subquartanorum*);

pour la série des racines cinquièmes, $\frac{5}{6}$ (*subquintanorum*
pour la série des racines sixièmes, $\frac{6}{7}$ (*subsextanorum*

. . . .

pour la série des racines dixièmes, $\frac{10}{11}$ (*subdecimanorum*
et sic deinceps (et ainsi de suite).

La seule preuve qu'en donne Wallis est : « *Patet ex præcedente.* » (Cela est évident d'après la proposition précédente.)

A partir de là, *patet* revient à chaque instant et tient lieu de toute démonstration ; mais on ne peut s'empêcher d'admirer la sagacité avec laquelle Wallis découvre des règles si justes.

La limite vers laquelle tend le rapport

$$\frac{\Sigma_0^n \sqrt[m]{n}}{(n+1)\sqrt[m]{n}},$$

lorsque n tend ver sl'infini, est donc

$$\frac{m}{m+1};$$

il en résulte que l'aire de la parabole,

$$y = a\sqrt[m]{\frac{x}{a}},$$

est la fraction $\frac{m}{m+1}$ de l'aire du rectangle

$$a\sqrt[m]{\frac{x}{a}}\,x,$$

ce qui est parfait.

Wallis passe ensuite au cas où il s'agirait de comparer la somme prolongée indéfiniment des puissances semblables des racines de même indice des n premiers

mme d'autant de termes égaux au dernier de la série; c'est-à re où la question serait de trouver la limite du rapport

$$\frac{\Sigma_0^n n^{\frac{p}{q}}}{(n+1)n^{\frac{p}{q}}}.$$

Il y arrive aisément par la combinaison des principes précé- nts et forme la table à double entrée des valeurs du rapport, portant sur l'un des côtés les degrés des puissances et sur utre les indices des racines.

Enfin, après avoir (proposition LXIV) attaché à la série des mes puissances des racines $q^{\text{ièmes}}$, l'indice $\frac{p}{q}$, il arrive à la for- le générale : « *Si intelligatur series infinita quantitatum, a acto seu* o *inchoatarum, et continue crescentium pro ratione uscumque potestatis, sive simplicis, sive ex simplicibus com- itæ; erit totius ratio, ad seriem totidem maximæ æqualium, quæ est unitatis ad indicem istius potestatis unitate auctum.* » st-à-dire : si l'on considère la somme, prolongée indéfiniment, puissances simples, ou composées des simples, des nombres iers à partir de zéro, la raison de cette somme à la somme itant de termes égaux au dernier de la série sera celle de ité à l'indice de la série augmenté de un.

est curieux de remarquer qu'il va même jusqu'à supposer lice irrationnel : « *Sin index supponatur irrationalis,* $\sqrt{3}$; *erit ratio, ut* 1 *ad* $1+\sqrt{3}$, etc., » c'est-à-dire : si l'indice supposé irrationnel, par exemple $\sqrt{3}$, la raison sera celle de 1 $+\sqrt{3}$, etc.

t cela est a[illegible] nt très beau.

Mais Wallis va encore plus loin : l'heureuse idée lui vient prolonger la série des exposants au-dessous de zéro et de con-dérer les sommes, prolongées indéfiniment, des puissances né-tives, entières ou fractionnaires des nombres entiers, pour arr-à quarrer les courbes

$$y = a\,\frac{1}{\left(\frac{x}{a}\right)^m} = a\left(\frac{x}{a}\right)^{-m}$$

et

$$y = a\,\frac{1}{\left(\frac{x}{a}\right)^{\frac{p}{q}}} = a\left(\frac{x}{a}\right)^{-\frac{p}{q}};$$

mais là il est un peu moins heureux. Il applique encore la r- générale, énoncée dans ce qui précède; mais il ne peut in- préter les résultats auxquels il arrive, ce qui ne doit pas s- prendre, sa méthode l'obligeant à faire commencer l'aire à l'- des y, de façon à ne pouvoir écarter la difficulté principale.

Par exemple, la formule générale de quadrature, appliquée l'hyperbole du second degré,

$$y = \frac{1}{x} = x^{-1},$$

qui donne

$$\frac{x^0}{0}.$$

Wallis en conclut très bien que l'aire comprise entre la cour- son asymptote est infinie, mais il ne peut aller plus loin.

Quant aux cas où l'exposant de x au dénominateur est s-

: à 1, comme dans

$$y = \frac{1}{x^3} = x^{-3},$$

ılogie donnait, pour l'aire cherchée,

$$\frac{x^{-2}}{-2} = \frac{xy}{-2},$$

Vallis ne sut pas se tirer de ce signe —. Il fait à ce sujet un ulier raisonnement : si le dénominateur, dit-il, n'était que , l'aire serait déjà infinie, mais il est moindre que zéro, e est donc plus qu'infinie : « *cum indices serierum secunda-ım, tertianorum, quartanorum, etc., sint* 2, 3, 4, *etc.* (*uni- majores*), *indices serierum illis reciprocarum erunt* — 2, , — 4, *etc., qui, quamvis unitate augeantur, manebunt ɜn negativi; et, propterea ratio quam habet* 1 *ad indices sic auctos, major erit quam infinita, sive* 1 *ad* 0*; quia ɒe rationum consequentes sunt minores quam* 0.

n est naturellement porté, à propos de cet étonnant travail de lis, à remarquer la singulière tendance de l'esprit humain à ɔnger l'usage des méthodes antérieurement usitées, je ne ı pas autant que possible, ce qui serait encore rationnel, mais elà même du point où leur domaine s'arrête. Il semble qu'on uisse se décider à chercher de nouvelles méthodes que sous le t de l'absurde.

eût assurément été plus facile de rechercher les incréments fonctions élémentaires, pour remonter aux sommes corres-lantes, que de sortir, comme Wallis l'a si heureusement fait 'ent, des difficultés où il se lançait.

a manière dont Wallis parvint à sa formule du rapport de la

circonférence au diamètre est tout à fait extraordinai
remarque que les aires comprises entre l'axe des y, la para
cet axe menée à la distance $x = 1$, l'axe des x et les courbes r
sentées par les équations

$$y = (1 - x^2)^0, \quad y = (1 - x^2)^1,$$
$$y = (1 - x^2)^2, \quad y = (1 - x^2)^3, \quad \ldots,$$

sont exprimées, en fonction du rectangle circonscrit, ayant p
côtés $x = 1$ et $y = 1$, par les fractions

$$1, \quad \frac{2}{3}, \quad \frac{8}{15}, \quad \frac{48}{105}, \quad \ldots,$$

et, comme l'ordonnée du cercle

$$y = (1 - x^2)^{\frac{1}{2}}$$

serait moyenne proportionnelle entre les deux premiers ter
de la suite

$$(1 - x^2)^0, \quad (1 - x^2)^1, \quad (1 - x^2)^2, \quad \ldots,$$

il se propose le problème de l'interpolation d'un terme en
1 et $\frac{2}{3}$, sous la condition de satisfaire à la loi de formation
la suite

$$1, \quad \frac{2}{3}, \quad \frac{8}{15}, \quad \frac{48}{105}, \quad \ldots,$$

loi non formulée du reste et définie seulement par son ori
concrète. Wallis y parvient, mais par une analyse trop com
quée pour trouver place ici. Il trouve que $\frac{\pi}{2}$ est la limite

port

$$\frac{2.2.4.4.6.6.8.8\ldots}{1.3.3.5.5.7.7.9\ldots}.$$

ı'était pas très satisfait de ce résultat, quoique entièrement ıf, et il excita lord Brouncker, son ami, à chercher encore :ux. C'est sous l'inspiration de Wallis que ce dernier savant ıva pour π l'expression

$$\pi = \cfrac{4}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{9}{2 + \cfrac{25}{2 + \cfrac{49}{2 + \ldots}}}}},$$

donna lieu à la naissance de la théorie des fractions con- ıes.

ous venons de dire que Wallis avait cherché à déterminer e du cercle par l'interpolation d'un terme entre 1 et $\frac{2}{3}$ dans la e

$$1, \quad \frac{2}{3}, \quad \frac{8}{15}, \quad \frac{48}{105}, \quad \ldots;$$

s devons ajouter que c'est lui qui, le premier, considéra le blème de l'interpolation et même en imagina le nom. Il en ıa la solution générale qui consiste, lorsque les valeurs ıées ne sont liées par aucune loi connue, à faire passer par les ıts dont les coordonnées sont les valeurs données de la able et de sa fonction, la parabole du degré marqué par le ıbre de ces points moins un.

n doit encore à Wallis l'idée d'une méthode pour la rectifi-

cation des courbes. Il remarqua, en effet, qu'en ajout quarré de la différence entre deux ordonnées consécutives courbe au quarré de la différence constante entre les absciss prenant la racine quarrée de la somme, on trouvait l'expre du rectangle élémentaire, partie infiniment petite de l'aire d autre courbe, en sorte que le problème était ramené à qu cette autre courbe, mais il ne fit pas d'application de cette qui avait été présentée sous une forme moins heureuse par Heuraët.

Pascal avait, au commencement de 1658, adressé publiq ment un défi scientifique à tous les géomètres; il offrait 40 p toles à qui trouverait, avant le 1er octobre de la même an l'aire d'un segment de la cycloïde déterminé par une ordon quelconque parallèle à sa base, le centre de gravité de ce aire et le volume qu'elle engendrerait en tournant soit aut de sa base, soit autour de son ordonnée; la longueur d arc quelconque de la courbe et le centre de gravité de arc. Wallis envoya de presque tous ces problèmes des soluti obtenues par la méthode des infinis, qui parvinrent le 23 s tembre, mais qui n'étaient pas toutes exactes ou, au moi contenaient des erreurs, de calcul probablement.

Wallis appliqua encore dans la suite sa méthode à la qua ture de la cissoïde et de la conchoïde de Nicomède, à la recti tion de la parabole, et à un grand nombre de questions rela aux centres de gravité.

On sait combien Descartes s'était trompé dans la théori choc. La question fut mise au concours par la Société roya Londres. Wallis, Wren et Huyghens en envoyèrent simul ment des solutions analogues, fondées sur le même princip

it dès lors place dans la Science sous le nom de principe de la nservation de la quantité de mouvement. Wallis se borna cas des corps mous; Wren et Huyghens, au contraire, avaient nsidéré exclusivement celui des corps parfaitement élastiques.

SARASSA (ALPHONSE-ANTOINE DE).

[Né à Nieuport (Flandre) en 1618, mort à Anvers en 1667.]

Il appartenait à une famille espagnole qui le fit entrer à inze ans dans l'ordre des Jésuites. Il professa d'abord les humanés, puis les Mathématiques.

Disciple de Grégoire de Saint-Vincent, Sarassa le défendit avec vacité contre les attaques du père Mersenne et de Huyghens. démontra, dans un opuscule intitulé *Solutio problematis R. P. Mersenno propositi*, que la quadrature du cercle de égoire de Saint-Vincent était juste si l'on admettait que, conissant trois grandeurs et les logarithmes de deux d'entre elles, pouvait construire le logarithme de la troisième.

Le père Sarassa est l'auteur d'un ouvrage intitulé : *Ars semper udendi,* qu'estimait Leibniz, mais qui, à ce qu'il paraît, est t peu réjouissant. Il en existe une traduction française qui a é publiée à Strasbourg.

MOUTON (GABRIEL).

(Né à Lyon en 1618, mort en 1694.)

Il fut d'abord vicaire, puis prébendier; il était docteur en héologie.

Il a calculé les logarithmes à dix décimales des sinus et tangentes de tous les angles de 0° à 4°, de seconde en seconde. Ils se trouvent dans les Tables de Gardiner et ont été reproduits dans celles de Callet. Il imagina pour ce calcul la méthode des différences qui peut servir à l'établissement de Tables de toutes sortes. Cette méthode, purement instinctive chez Mouton, a, comme on sait, attiré l'attention de Newton, qui en a donné la théorie. C'est l'origine de notre méthode d'interpolation.

Mouton est surtout connu par les *Observationes diametrorum Solis et Lunæ apparentium* (Lyon, 1670). Il suivait sur un carton l'image de l'astre au moment de son passage au méridien et estimait le temps employé au passage, par le nombre des oscillations d'un pendule préalablement réglé. Le temps écoulé, converti en degrés, en tenant compte de la déclinaison de l'astre et de son mouvement propre, fournissait le diamètre.

Il avait imaginé, pour le Soleil en particulier, une autre méthode assez ingénieuse. Il mesurait sur le carton, à quelques jours d'intervalle, d'abord le diamètre de l'image, et ensuite la distance parcourue, dans le sens vertical, par le bord supérieur par exemple : le diamètre et la distance observés devaient être proportionnels au diamètre apparent et à la variation du Soleil en déclinaison, dans l'intervalle des deux observations. Cette variation étant donc fournie par les Tables, une proportion très simple lui faisait connaître le diamètre apparent. Il trouva pour le diamètre du Soleil 31′ 30″,67 à l'apogée et 32′ 29″,67 au périgée. Les vraies valeurs sont 31′ 31″ et 32′ 35″,6.

GRIMALDI (FRANÇOIS-MARIE).

(Né à Bologne en 1618, mort en 1663.)

L appartenait à l'ordre des Jésuites. Il professa successivement Rhétorique, la Philosophie et la Géométrie dans les maisons on ordre. Il s'occupa aussi d'Astronomie à laquelle il fit faire ques progrès. Son principal titre consiste dans la découverte a diffraction.

ouvrage où il a consigné ses recherches sur la lumière est ulé : *Physico-Mathesis de lumine coloribus et iride, aliis-annexis, libri duo* (Bologne, 1663).

découverte fut d'ailleurs toute fortuite et se réduisait à la statation intelligente du fait.

avait placé par hasard un cheveu devant le petit trou par el la lumière solaire devait pénétrer dans une chambre obscure, it tout étonné de voir que ce cheveu projetait une ombre d'un eur beaucoup plus grande que la sienne propre; il prit, tant que mal, les mesures de l'une et de l'autre pour s'assurer l ne se trompait pas, varia les expériences et donna le nom diffraction à l'influence subie par les rayons lumineux qu'ils rasent la surface d'un corps; ce nom a été conservé.

e Père Grimaldi avait aussi observé le phénomène de la dis-sion de la lumière après son passage à travers le prisme, mais e soupçonna pas l'inégale réfrangibilité des couleurs.

Hévélius avait donné aux montagnes de la Lune les noms des s terrestres; Grimaldi leur a assigné les noms qui, pour la part, sont encore en usage aujourd'hui.

HORROX ou HORROCKS (JÉRÉMIE).

(Né à Toxtetts près Liverpool en 1619, mort en 1641.)

Une touchante amitié le liait à Crabtée, qui ne lui survéc[ut] que peu de jours, d'après Weidler. Ses œuvres, publiées p[ar] Waliis en 1673, ne contiennent que les papiers trouvés chez l[ui] à sa mort et la correspondance des deux amis. Un opuscule *Venus in sole visa*, qu'il avait fait imprimer en 1639, n'avait p[u] être retrouvé. Hévélius le réimprima à la suite de son *Mercure vu sur le Soleil.*

Les vues développées dans les lettres d'Horrocks promettaient un grand astronome. Il n'eut malheureusement pas le temps de remplir ces promesses.

Son observation du passage de Vénus sur le Soleil est remarquable. A défaut du micromètre qui n'était pas encore inventé, il trace sur un carton un cercle d'un demi-pied de diamètre environ, que l'image du Soleil dans la chambre obscure doit recouvrir exactement. Le diamètre de ce cercle est divisé en 120 parties. Vénus passant sur le disque devait former tache sur l'ima[ge] et le diamètre de cette tache comparé à celui du disque fe[ra] connaître le diamètre apparent de la planète.

Il trouva 1′20″, valeur sensiblement trop grande.

Le principal mérite d'Horrocks est d'avoir su, le premier [en] Angleterre, apprécier pleinement Képler et de l'avoir fait naître.

Outre l'ouvrage dont nous venons de parler, il a laissé : *A[stro]nomia Kepleriana defensa et promota*, qui fut publiée en 1

CRABTÉE ou CRABTRÉE (WILLIAM).

(Contemporain et ami d'Horrocks.)

l a proposé pour la mesure des diamètres apparents des astres e méthode bien supérieure à celles de Tycho et de Képler, is qui fut aussitôt remplacée par celle d'Auzout et de Picard. Pour obtenir, par exemple, la mesure du diamètre apparent du eil, il plantait deux aiguilles perpendiculairement au plan ne règle divisée, plaçait la règle horizontalement sur deux pports, dans une direction perpendiculaire à celle dans laquelle tre se présentait, et s'éloignait ensuite jusqu'à ce que les x aiguilles parussent à l'un de ses yeux tangentes aux deux ds du disque. En mesurant avec soin la distance de l'œil au lieu de la portion de la règle comprise entre les deux aiguilles, pouvait, par un calcul très simple, obtenir le diamètre appa- t de l'astre.

Robert Grant croit qu'il ne mourut qu'en 1652.

SCHOOTEN (FRANÇOIS).

(Né vers 1620, mort en 1661.)

Il était professeur à Leyde lorsque parut la *Géométrie* de escartes. Il en donna, en vue de la répandre dans les autres ys, une traduction en latin, avec commentaires, qui parut en 549 et fut suivie, en 1659, d'une seconde édition enrichie des otes de de Beaune, d'opuscules de Hudde sur la réduction des uations et sur les maximums; d'un autre de Van Heuraët sur la ctification des courbes, de ceux de de Beaune sur les limites des

racines des équations; d'une note de de Witt, et, enfin, du Traité de Schooten lui-même, intitulé : *De concinnandis demonstrationibus geometricis ex calculo algebrico.*

Schooten a, en outre, laissé : *Exercitationes mathematicæ* (1646) et *De organica sectionum conicarum descriptione.*

C'est à lui que nous devons la seule édition qui existe des œuvres de Viète, qu'il eut beaucoup de peine à rassembler.

LORD BROUNCKER (GUILLAUME), VICOMTE DE CASTELLYONS.

(Né en 1620, mort en 1684.)

Il fut chancelier de la cour, garde du sceau et commissaire de la Tour. Il fut le premier président de la Société royale de Londres.

Nous avons donné, à l'article relatif à Wallis, la formule que trouva lord Brouncker pour la valeur de π. Il chercha aussi la quadrature du segment d'une hyperbole équilatère rapportée à ses asymptotes, compris entre les abscisses 1 et 2, et trouva

$$\frac{1}{1.2} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{5.6} + \frac{1}{7.8} + \frac{1}{9.10} + \dots$$

MERCATOR (NICOLAS).

[Né près de Cismar (Holstein) vers 1620, mort à Paris en 1687.]

Son véritable nom est Kauffmann, dont Mercator est la traduction latine. Il passa en Angleterre vers 1660 et s'établit

te en France, où il travailla aux embellissements de Ver-
s.

est célèbre par sa découverte de la série logarithmique

$$L(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \ldots$$

ntrée dans sa *Logarithmotechnia* (Londres, 1668). Il a aussi : *Institutionum astronomicarum libri duo* (Londres, et *Cosmographia sive descriptio cœli et terræ* (1651).

ici comment il trouva la série logarithmique : on savait, s Grégoire de Saint-Vincent, que l'aire d'un segment erbole équilatère entre ses asymptotes, compté du sommet, logarithme de l'abscisse. Mercator remarque qu'en prenant origine des abscisses le pied de l'ordonnée du sommet, onnée devient

$$\frac{1}{1+x};$$

t la division, ce qui donne la suite

$$1 - x + x^2 - x^3 + \ldots,$$

asse à l'aire de la courbe par la méthode de Wallis, en quar- les lignes

$$y = 1, \quad y = x, \quad y = x^2, \quad y = x^3, \quad \ldots.$$

st la méthode que suivit d'abord Newton dans son *Trac- de quadratura curvarum.* Par exemple, pour exprimer d'un segment du cercle

$$y^2 = 1 - x^2$$

Newton développe en série

$$(1 - x^2)^{\frac{1}{2}}$$

et quarre toutes les courbes dont les ordonnées seraient les di rents termes de la suite obtenue.

PICARD (JEAN).

(Né à la Flèche en 1620, mort à Paris en 1682.)

Prêtre et prieur de Rillé, en Anjou. Il se trouvait déjà, 1645, en relations scientifiques avec Gassendi, qu'il rempla en 1655, dans la chaire d'Astronomie du Collège de France fit partie, avec Carcavi, Huyghens, Roberval, Frenicle, Auz et Buot du premier noyau de l'Académie des Sciences, que C bert fonda en 1666. Probe, modeste et soucieux avant tout intérêts de la Science, il fit venir en France et recommand Colbert Rœmer, qui lui resta attaché jusqu'à sa mort, et Cass dont l'humeur glorieuse et jalouse s'exerça contre lui en t occasion, soit pour rabaisser le mérite de ses travaux, soit p empêcher que le gouvernement ne lui fournît les moyens faire les recherches dont son intelligente activité lui suggérai projets.

Le premier titre de Picard à l'estime et à la reconnaissanc astronomes, dit Delambre, est l'application qu'il fit des lunet la mesure des angles et le plan qu'il forma, en conséquence. nouveau système d'observations, pour déterminer les lieux rents de tous les astres, par leurs passages au méridien, à des horloges nouvellement imaginées par Huyghens. Ce n

celui d'une vie entièrement employée à des travaux utiles ne vent être sentis et appréciés que par les astronomes.

L'entreprise qui a le plus contribué à établir la réputation de ard est sa mesure de la Terre, où il fut aidé par Lahire, mais fut exécutée selon ses méthodes, avec des instruments dont tait l'inventeur, et beaucoup plus parfaits que ceux qu'on ployait avant lui; il a assez approché du but pour que Newton, attendait les résultats de cette grande opération avant d'oser blier sa découverte de la loi de la gravitation universelle, y pût uver une pleine confirmation de sa théorie.

Fernel, Snellius et Riccioli avaient successivement donné au gré du méridien les longueurs de 56746 toises, 55021 toises 62900 toises; Picard trouva 57060 toises, résultat trop faible, is de 14 toises seulement. L'arc de méridien qu'il mesura tendait de Sourdon, près d'Amiens, à Malvoisine, au Sud de ris. Il prit pour base la distance de Villejuif à Juvisy (5663 ses) et relia les extrémités de l'arc par 26 triangles.

La toise dont se servit Picard était celle du Châtelet; cette signation ne nous la ferait pas connaître aujourd'hui; mais il t remarquable que Picard prit soin de fournir les moyens de la trouver en la comparant à la longueur du pendule simple qui t la seconde à Paris. « De peur, dit-il, qu'il n'arrive à cette toise qui est arrivé à toutes les anciennes mesures dont il ne reste e le nom, nous l'attacherons à un original, lequel, étant tiré la nature même, doit être invariable et universel. » C'est, mme on voit, l'idée qui a été mise en pratique d'une autre anière dans l'établissement du système métrique.

Picard prit, dans la mesure de la base qu'il avait choisie, des récautions énormes dont on n'avait jamais eu l'idée; le quart

de cercle dont il se servit portait deux lunettes, l'une fixe, l'autre mobile, et munies de réticules; il avait 38 pouces de rayon et donnait les quarts de minute. Picard déterminait l'erreur de collimation par le renversement, méthode qui était neuve alors. Le secteur qu'il employait pour retrouver la méridienne, de distance en distance, avait 10 pieds de rayon et était également muni de lunettes; enfin, le temps sidéral lui était donné par des horloges à pendule dont l'accord devait garantir l'exactitude. On voit que l'ère des bonnes observations va naître. Picard ne connaissait ni l'aberration ni la nutation, qui ne furent découvertes que soixante ans plus tard; on est étonné, en conséquence, qu'il soit arrivé à une valeur si approchée du degré.

Il est intéressant de noter que les opérations exécutées à cette époque par Picard et Lahire, Cassini et d'autres astronomes, dans toute l'étendue de la France, accusèrent, sur les évaluations admises des distances à Paris des principales villes, des erreurs énormes, qui allaient jusqu'à 30 lieues pour Brest et 15 pour les villes voisines de la frontière d'Espagne.

Les observations de Tycho-Brahé formaient encore, du temps de Picard, le fonds dans lequel puisaient tous les astronomes; mais, pour en faire usage, il fallait connaître exactement la position de son observatoire d'Uranibourg. Picard se décida à faire le voyage. Il partit en juillet 1671. Outre ce qu'il était allé chercher, Picard rapporta une copie des registres de Tycho, faite sur l'original, et des observations qui, comparées à celles de l'astronome danois, mirent sur la voie de la découverte de l'aberration, en signalant de petits déplacements inexplicables de l'étoile polaire.

L'introduction par [illegible] de l'usage, qui nous paraît auj

hui si naturel, de munir de lunettes les cercles servant à mesurer s angles, est cependant assez méritoire, car on apercevait si peu, *priori*, le moyen de fixer la ligne de visée, qu'Hévélius, malgré explications de Picard, ne put pas être convaincu, et rejeta remptoirement l'idée de se servir des lunettes autrement que ur aider la vue, au moyen du grossissement des objets.

Les beaux travaux de Picard ne furent pas appréciés comme eussent dû l'être de Colbert et de Louis XIV, qui lui préférent Cassini pour la direction de l'observatoire qu'on venait riger à si grands frais, mais qui manquait d'instruments. ard demanda en vain, pendant quatorze ans, qu'on y établît mural pour faire, comme il l'avait tant recommandé, toutes observations dans le méridien. Mais Cassini ne prisait pas ore cette méthode, et le mural ne fut dressé qu'après la mort Picard.

Picard est l'un des hommes qui, sous tous les rapports, font le as d'honneur à la France.

MARIOTTE (EDME).

(Né près de Dijon vers 1620, mort en 1684.)

Il était prieur de Saint-Martin-sous-Beaune, et fut l'un des remiers membres de l'Académie des Sciences.

Il est en quelque sorte l'instaurateur de la Physique expériientale en France. Assez versé dans la Géométrie pour s'en ider utilement, et assez philosophe pour ne pas se jeter dans s systèmes, il ne tenta que des expériences qui pussent aboutir

à des conclusions certaines et sut les disposer de manière à les rendre convaincantes.

C'est à lui qu'est due l'idée de l'appareil employé encore aujourd'hui dans tous les cours de physique pour vérifier les lois du choc des corps élastiques. La disposition de cet appareil n'est assurément pas un trait de génie, mais la simplicité des moyens et la sûreté avec laquelle le but est atteint sont assez remarquables.

Tout le monde connaît la loi qu'il a découverte des variations de volume d'une même masse de gaz en raison inverse de la pression. Depuis qu'on a pu liquéfier les gaz, cette loi, que Mariotte pouvait regarder comme rigoureusement exacte, n'a plus été considérée que comme représentant à peu près les faits entre certaines limites. Toutefois MM. Dulong et Arago l'ont vérifiée, pour l'air, jusqu'à une pression de 24^{atm}, à la température ordinaire.

L'ouvrage dans lequel Mariotte avait décrit son expérience est intitulé : *De la nature de l'air.* Il renfermait aussi diverses remarques sur les variations barométriques, dont la théorie n'était pas encore bien comprise de tous les physiciens.

Mariotte s'occupa beaucoup de toutes les questions qui se rattachent à l'Hydrostatique et à l'Hydrodynamique, et il a laissé sur ce sujet un *Traité du mouvement des eaux et des autres corps fluides* que Lahire a publié en 1686. Mariotte s'attacha à y établir solidement la vérité des principes posés par Galilée et Pascal, et à vérifier la loi de Torricelli sur l'écoulement d'un liquide par un orifice percé en mince paroi.

La théorie des curieux phénomènes qu'on produit si simplement à l'aide du flacon de Mariotte suffirait à elle seule p

urer au moins la perpétuité du souvenir de cet ouvrage, où
n trouve encore cette remarque, alors toute nouvelle, que
u ordinaire contient toujours un peu d'air en dissolution.
Le recueil des œuvres de Mariotte a été publié à Leyde en
17 et à la Haye en 1740.
Son éloge a été fait par Condorcet.

LE FÈVRE (NICOLAS).

(Né près de Sedan vers 1620, mort à Londres en 1674.

l fut élevé à l'Académie protestante de Sedan, vint à Paris
uper un petit emploi, comme chimiste au Jardin du Roi, fut
pelé à Londres par Charles II pour diriger le laboratoire de
mie de Saint-James et fit partie de la Société royale de
ndres, dès sa fondation.

Nicolas Le Fèvre, dit M. Dumas, peut servir de type pour
chimistes de son époque et avec d'autant plus de raison qu'il
a été donné de fonder l'enseignement de la Chimie dans les
x royaumes les plus importants de l'Europe civilisée. »

Le Fèvre a pris pour guides Glauber et Van Helmont, qu'il
ardait « comme les deux phares qu'il faut suivre dans l'étude
la Chimie. »

Il a signalé le premier la loi des dissolutions saturées, étudié
propriétés d'un grand nombre de médicaments et découvert
cétate de mercure.

Son principal ouvrage est la *Chimie théorique et pratique*,
primée à Paris en 1660.

GASCOYGNE (GUILLAUME).

(Né vers 1620, tué le 2 juillet 1644 à la bataille de Marstonmoor.)

Il a laissé une série d'observations astronomiques, commencées en 1638 et continuées jusqu'en 1643, qui parurent en 1725 dans l'*Histoire céleste* de Flamsteed.

Il se servait, pour ses observations, d'une lunette de quatre pieds, munie d'un micromètre de son invention et le premier qui ait été imaginé, car celui de Huyghens ne fut mis en usage, pour la première fois, qu'en 1658, pour la détermination du diamètre de Vénus.

Le micromètre de Gascoygne était composé de deux fils parallèles dont la distance pouvait être augmentée ou diminuée à volonté par un mouvement de vis. Le rapport de la demi-distance des deux fils à la longueur focale de l'objectif donnait la tangente du demi-diamètre apparent observé.

Gascoygne trouva, à l'aide de cet instrument, pour les valeurs maximum et minimum du demi-diamètre apparent du Soleil, les nombres 16′27″,5 et 15′52″,5, qui sont très approchés.

Auzout et Picart, en France, n'ont conçu que plus tard la même idée; mais comme l'invention de Gascoygne n'a été publiée que postérieurement aux communications qu'ils firent de la leur, ils doivent partager avec lui l'honneur d'une découverte très simple assurément, mais qui devait avoir la plus grande influence sur les progrès de l'Astronomie.

Hooke se chargea de revendiquer, devant la Société royale de Londres, les droits de l'Angleterre à l'invention contestée; on lui répondit avec raison que les droits, en pareille matière, s'acquièrent par la publication.

BOREL (PIERRE).

(Né à Castres vers 1628, mort en 1689.)

Médecin, chimiste et antiquaire. Il vint à Paris en 1653, fut ommé médecin ordinaire du Roi et entra à l'Académie des iences en 1674.

Il a publié de nombreux ouvrages, parmi lesquels nous cite-ns : *Antiquités de Castres* (1649); une *Vie de Descartes* (1653); *bliotheca chimica seu catalogus librorum hermeticorum* 654); *De vero telescopii inventore* (1654); *Discours prouvant pluralité des mondes* (1657).

PECQUET.

(Né à Dieppe en 1620, mort dans la même ville en 1674.)

On croyait avant lui que les vaisseaux lactés ou chylifères, qui cueillent le chyle dans l'intestin et le conduisent dans le sang travers le mésentère, se rendaient au foie : Pecquet démontra u'ils se rendent dans le canal thoracique et que le chyle prove-ant de l'intestin est versé intégralement dans le sang.

Pecquet fut le médecin de Fouquet.

VIVIANI (VINCENT).

(Né à Florence en 1622, mort dans la même ville en 1703.)

Disciple de Galilée, il s'attacha particulièrement à Torricelli, près la mort de leur maître commun. Son premier ouvrage : *De maximis et minimis geometrica divinatio in quintum coni-*

corum Apollonii Pergæi nunc desideratum (Florence, 1659) répandit bientôt sa réputation dans toute l'Europe. Les Médicis le comblèrent aussitôt de leurs bienfaits; Colbert l'inscrivit sur la liste des savants étrangers auxquels le roi faisait des pensions; le grand-duc Ferdinand le nomma son géomètre et son premier ingénieur; il fut membre des Académies del Cimento et des Arcadiens, associé étranger de la Société royale de Londres et de l'Académie des Sciences de Paris. Il refusa, pour ne pas quitter sa patrie, la place de premier astronome que lui offrait Louis XIV et les offres de Casimir, roi de Pologne.

Le plus important de ses ouvrages est intitulé : *De locis solidis secundà divinatio geometrica in quinque libros, injuria temporum amissos, Aristæi senioris geometræ;* il ne parut qu'en 1701. Viviani y avait travaillé près de quarante ans.

Il proposa en 1692 aux amateurs de la nouvelle analyse un problème célèbre dont voici l'énoncé : *Il y a parmi les antiques monuments de la Grèce un temple consacré à la Géométrie, dont le plan est circulaire, et qui est couronné d'un dôme hémisphérique; ce dôme est percé de quatre fenêtres égales avec un tel art que le restant de la surface est absolument quarrable. On demande de quelle manière on s'y était pris.*

Les solutions arrivèrent de toutes parts : Leibniz et Jacques Bernouilli, le marquis de l'Hôpital, Wallis et David Gregory en donnèrent chacun une, mais celle de Viviani était la plus simple. Il l'a développée dans son *Exercitatio mathematica de formatione et mensura fornicum,* qui contient en outre les solutions d'un grand nombre d'autres problèmes. Les démonstrations de ces problèmes ont été données par le Père Guido Grandi sous le titre *Vivianeorum problematum demonstratio.*

SLUSE (RENÉ, FRANÇOIS, WALTER DE).

(Né en 1622, mort en 1685.)

Il était chanoine de la cathédrale de Liège. Il a développé après Descartes la méthode de construction des racines des équations déterminées par l'intersection de deux courbes, en introduisant une inconnue auxiliaire dont l'élimination reproduirait l'équation primitive.

Il a exposé cette méthode dans un ouvrage intitulé : *Mesolabum, seu duæ mediæ proportionales per circulum et ellipsim, vel hyperbolam, infinitis modis exhibitæ* (1659) ; il a réédité cet ouvrage en 1668, *cum parte altera de analysi et miscellaneis*. Ces *Miscellanea* traitent des spirales, des quadratures de la cycloïde et d'autres courbes, de la recherche des points d'inflexion, etc.

De Sluse est le premier géomètre qui ait employé la forme simple

$$-\frac{f'_x}{f'_y}$$

pour le coefficient angulaire de la tangente en un point (x, y) d'une courbe représentée par une équation entière

$$f(x,y) = 0.$$

Hudde était arrivé à quelque chose d'analogue, mais Huyghens avait trouvé, par la méthode de Fermat, l'équation

$$f'_x(x,y) = 0,$$

qui détermine les points maximum et minimum.

Bien entendu les notations f'_x et f'_y n'étaient pas encore usitées,

non plus que la dénomination de polynômes dérivés. La règ donnée par de Sluse était de multiplier chaque terme de l'équatio proposée par l'exposant de x ou de y dans ce terme, de diminu cet exposant d'une unité, et de prendre le quotient des deu résultats obtenus, changé de signe.

ROOKE (LAURENT).

(Né à Deptfort en 1623, mort en 1662.)

D'abord professeur adjoint d'Astronomie au collège Wadhar à l'Université d'Oxford, puis professeur titulaire au collè Gresham, il fut chargé de la chaire de Géométrie en 1657. (fut lui qui, avec quelques amis, forma en 1660 le premi noyau de la Société royale de Londres. Cependant cette Soci ne fut constituée officiellement qu'après sa mort.

PASCAL (BLAISE).

(Né à Clermont (Puy-de-Dôme) en 1623, mort en 1662.)

Son père, Étienne Pascal, était président à la Cour des aide Clermont-Ferrand. C'était un homme distingué à tous égard perdit sa femme en 1626, vendit sa charge et vint s'établi Paris. Il avait beaucoup cultivé les Sciences et ne tarda pas lier avec Mersenne, le Pailleur, Roberval, Mydorge, C cavi, etc.

Blaise Pascal avait montré tout jeune des dispositions ét nantes pour les Mathématiques, mais son père ne voulait

'il s'y adonnât encore et lui refusait les moyens de s'y instruire. enfant chercha en cachette à faire une petite Géométrie et, couvert, obtint un Euclide qu'il dévora bientôt.

Il composa à seize ans un *Traité des sections coniques* dont n extrait en sept pages fut communiqué à Descartes, qui n'en ouvait revenir. Cet extrait fut publié en 1640. Quant au Traité i-même, il est aujourd'hui perdu. On sait seulement que eibniz en a eu deux copies entre les mains, vers 1676, et qu'il n retourna une à M. Périer, en lui conseillant de la faire mprimer, ce qui ne fut pas fait.

Ce Traité contenait le théorème relatif à l'hexagone inscrit, dont Pascal voulait faire la base de toute la théorie des sections coniques, et il paraît qu'il en avait déduit toutes les propriétés de tes courbes.

Il inventa vers l'âge de 22 ans sa machine à calculer, et le triangle arithmétique qui sert à former rapidement les coefficients des puissances successives d'un binôme. Viète avait montré la loi de formation de ces coefficients; Newton en a plus tard donné la formule, qui permet d'en calculer un quelconque sans passer par tous les autres.

Les premiers travaux de Pascal sur la cycloïde datent de 1658. Roberval avait trouvé l'aire de la courbe entière et le volume qu'elle engendre en tournant autour de son axe ou autour de sa base; Pascal détermina le segment de l'aire, détaché par une parallèle quelconque à la base, les volumes qu'il engendre en tournant soit autour de sa base, soit autour de l'axe, ainsi que les centres de gravité de ces volumes; enfin les centres de gravité des moitiés de ces solides, coupés par des plans de symétrie; et, sous le nom de Dettonville, il envoya à tous les géomètres une lettre circulaire

les invitant à concourir pour la solution des problèmes qu'il venait de traiter; il s'engageait à donner 40 pistoles au premier qui les résoudrait et 20 au second.

Wallis envoya d'Oxford les solutions de toutes les questions proposées, mais avec des erreurs de calcul et dans des conditions de délai qui empêchèrent la commission de lui adjuger le prix. Quant au P. Lalouère, il prétendit avoir trouvé toutes les solutions demandées, mais refusa de les communiquer, une exceptée, la seule, probablement, qu'il eût trouvée.

Aucun des concurrents n'ayant répondu aux questions proposées, dans les délais fixés, Pascal prolongea de trois mois la durée du concours, en y ajoutant les problèmes de la longueur d'un arc quelconque de la cycloïde, commençant au sommet; du centre de gravité de cet arc; de l'aire engendrée par cet arc en tournant autour de l'axe ou autour de la base de la cycloïde; enfin des centres de gravité de ces aires, de leurs moitiés ou de leurs quarts.

Cette prolongation n'ayant produit aucun résultat, Pascal publia au commencement de 1659 ses propres solutions, qui produisirent dans le monde savant une sensation immense.

On sait l'embarras où s'était trouvé jeté Galilée par cett observation des fontainiers de Florence, que l'eau, dans un pompe aspirante, cesse de s'élever lorsqu'elle a atteint une ha teur de 32 pieds. Torricelli trouva dans la pesanteur de l'air solution qui avait échappé au maître; Descartes indiqua hauteur qu'atteindrait le mercure dans un tube vide, si or substituait à l'eau.

Pascal résolut de vérifier le fait, et eut l'idée de montrer l'ascension des liquides dans le vide n'étant due qu'à la press

nosphérique, la hauteur à laquelle s'arrêteraient les liquides ninuerait, si l'on s'élevait à une grande hauteur.

Des expériences exécutées dans le Puy-de-Dôme par Périer, u-frère de Pascal, et sur les indications de celui-ci, réussirent Lnement (1648). Déjà, l'année précédente, Pascal avait publié *Expériences sur le vide*. De nouveaux essais faits à Paris, la tour de Saint-Jacques-la-Boucherie, confirmèrent les ultats obtenus par Périer.

D'un même coup, Pascal avait créé le baromètre et indiqué la s intéressante de ses applications, la mesure des hauteurs.

On l'a accusé, de son vivant même, de s'être approprié les ériences de Torricelli; le fait est manifestement faux, car il it lui-même signalé ces expériences dans l'opuscule que nous ns cité, sans en connaître l'auteur.

l fit paraître ensuite son *Traité de la pesanteur de la masse d'air*, où il explique tous les phénomènes atmosphériques par pression de l'air. Ses recherches dans cette direction le conduisent à l'examen des fondements de l'Hydrostatique (*Traité de quilibre des liqueurs*). Ce traité, comme le précédent, fut écrit 1653.

Voici la liste des ouvrages de Pascal : *Traité des coniques* 540), dont il ne reste qu'un fragment; une série d'opuscules : *e numericarum potestatum ambitibus*, *Traité sur les nombres ultiples*, *De numeris magico-magicis*, *Promotus Apollonius allus*, *Tactiones sphericæ*, *Tactiones etiam conicæ*, *Loci lidi*, *Loci plani*, *Perspectivæ methodus*, *Aleæ geometria*, ont on n'a que les titres; *Avis nécessaire à tous ceux qui ront la curiosité de voir la machine arithmétique et de s'en rvir* (1645), avec dédicace au chancelier Séguier, et, en 1650,

De numerorum continuorum ... Numericarum ...
... Potestatum numericarum ...
... Deux lettres à Fermat ...
... de cycloïde ...
... condition des prix ...
... de la cycloïde, bientôt suivies de : ...
... de cycloïde : Historia
... trochoïde ou cycloïde, suivie
... de M. Dettonville à M. de Carcavi
... grand conseil, suivie de ...
... triangulaires et pyramidales : ...
... et de leurs onglets : des sinus du quart de
cercle, des arcs de cercles et des solides circulaires : Traité
général de la roulette ou Problèmes proposés publiquement et
résolus par A. Dettonville : Dimensions des lignes courbes de
toutes les roulettes ; De l'escalier circulaire, des triangles cylin-
driques et de la spirale autour du cône ; Propriétés du cercle,
de la spirale et de la parabole ; Nouvelles expériences touchant
le vuide (1647) ; Réponse de Pascal au Père Noël, jésuite (1647),
suivie de : Lettre de Pascal à M. Le Pailleur au sujet du
Père Noel, Lettre de Pascal à M. de Ribeyre, premier prési-

a cour des aides de Clermont et *Réplique de Pascal Ribeyre ; Traité de l'équilibre des liqueurs* et *Traité ·santeur de la masse de l'air; Récit de la grande expé- e l'équilibre des liqueurs, projetée par le sieur B. Pascal* précédé de deux fragments dans l'édition de 1663 et : *Nouvelles expériences faites en Angleterre, expli- ır les principes établis dans les deux traités de l'équi- ; liqueurs et de la pesanteur de la masse de l'air; Lettres . Pascal et Roberval à M. Fermat sur un principe :atique mis en avant par ce dernier; Lettres de Louis de e à un provincial de ses amis et aux révérends Pères sur la morale et la politique de ces pères* (1656, in-4°); *de Pascal* (1669, in-12); *Lettres touchant la possibilité plir les commandements de Dieu et dissertation sur le sens des paroles du concile de Trente, que les com- ents ne sont pas impossibles aux justes; Discours sur la :té et le pouvoir; Comparaison des anciens chrétiens ıx d'aujourd'hui; Questions sur les miracles; Sur la ·e du formulaire; Sur la conversion du pécheur.* Outre s opuscules qu'on attribue à Pascal, à tort ou à raison, il :t à quelques-uns, comme *Réponses de divers curés à ·ie pour les casuistes et réponse à un écrit sur les ; qu'il a plu à Dieu de faire à Port-Royal.*

uvres complètes de Pascal ont été publiées en 1858 par

passons à l'analyse de ses œuvres mathématiques.

ınnaît assez le triangle arithmétique et ses usages pour s puissions nous dispenser d'en parler.

[illegible] *numeris multiplicibus* a pour [illegible] générale de cette question : un nombre quelconque [illegible] reconnaître s'il est multiple d'un autre [illegible] le cas contraire, trouver le reste qu'il donne [illegible] par laquelle on traite la question [illegible] analogues à celles qu'on appliquait [illegible] diviseurs [illegible] et [illegible] est de Pascal.

[illegible] *[illegible]testatum numericarum summa* [illegible] qu'il contient la solution générale et [illegible] si capitale, dans la méthode des indivisibles [illegible] somme des puissances semblables et entières [illegible] en progression arithmétique. Le procédé [illegible] reste pas inférieur à celui que nous employons [illegible] Toutefois Pascal laisse aux coefficients leur [illegible]

[illegible] qu'on avait trouvé avant lui la somme des [illegible] et la somme des cubes des nombres entiers consécutifs 1, 2, 3, [illegible] mais que les méthodes par lesquelles on y était arrivé n'avaient pas pu être étendues aux autres puissances, parce qu'elles étaient propres seulement aux degrés qu'on avait considérés. Il insiste aussi sur ce que sa méthode ne suppose pas que la raison de la progression soit 1, ni que les nombres qui y entrent soient entiers, ni que le premier terme soit la raison ou un multiple de la raison; le progrès était donc considérable.

La formule parlée à laquelle Pascal arrive conduit immédiatement, pour le cas de la progression des nombres naturels indéfiniment prolongée, à cette conséquence si péniblement entrevue par Cavalieri :

« *Summa omnium in quolibet gradu est ad maximam* [illegible]

nè superiori gradu ut unitas ad exponentem superioris *s*, » c'est-à-dire : la somme des puissances, d'un degré quel- e, de tous les nombres entiers est à la puissance immédia- t supérieure du dernier de ces nombres comme l'unité est osant de cette puissance supérieure.

us passons à la lettre adressée à M. de Carcavi et aux s qui l'accompagnaient.

Lettre à M. de Carcavi.

cal commence par exposer sa méthode pour la recherche entres de gravité. La figure proposée est divisée en un re infini de parties par des plans parallèles équidistants, agit de préparer l'emploi de la méthode des indivisibles.

théorème des moments, en ce qui concerne les forces paral- était connu depuis longtemps, mais Pascal remarque que, figure est divisée en un nombre infini de parties par des parallèles équidistants, l'équation fournie par ce théorème, pposant les moments pris par rapport au plan qui passe par ntre de gravité, se simplifie immédiatement parce que les nces à ce plan des centres de gravité des parties comprises côté sont comme les nombres entiers consécutifs, de sorte i A_1, A_2, A_3, ... sont les poids des parties situées d'un côté ntre de gravité et B_1, B_2, B_3, ... ceux des parties situées utre côté, l'équation est

$$A_1 + 2A_2 + 3A_3 + \ldots = B_1 + 2B_2 + 3B_3 + \ldots ;$$

mier membre est la *somme triangulaire* des poids A, prise tir du premier A_1 et il en est de même du second membre, apport aux poids B.

« Pour que les poids d'un bras soient en équilibre ave
de l'autre, il faut donc que la somme triangulaire des un
égale à la somme triangulaire des autres, à commencer tou
du centre de gravité. »

La somme triangulaire de quantités A_1, A_2, A_3, ... à
mencer de A_1, est, comme on voit, la somme des quantités
tenues dans la figure

$$\begin{array}{ccccc} A_1 & A_2 & A_3 & A_4 & \ldots \\ & A_2 & A_3 & A_4 & \ldots \\ & & A_3 & A_4 & \ldots \\ & & & A_4 & \ldots \end{array}$$

Pascal transforme ensuite l'équation fondamentale da
suivante :

Les sommes triangulaires de tous les poids A et B, co
successivement des deux extrémités du corps, sont entre elle
le rapport des distances du plan passant par le centre de g
aux plans passant par les extrémités, dans l'ordre où l'on
ces extrémités.

C'est-à-dire, en supposant qu'il y ait n poids A et p po

$$\frac{\text{somme triangulaire } A_n, A_{n-1}, \ldots, A_1, B_1, B_2, \ldots, B_p}{\text{somme triangulaire } B_p, B_{p-1}, \ldots, B_1, A_1, A_2, \ldots, A_n} = \frac{n}{p}$$

a et b désignant les distances du centre de gravité aux deux
qui comprennent le corps, distances le long desquelle
répartis les poids A et les poids B, ou, comme dit Pasc
deux bras de la balance.

Les démonstrations sont présentées en forme de vérifica
mais la généralisation en est facile.

On voit que la détermination du centre de gravité d'une figure ainsi ramenée à la recherche des sommes triangulaires des poids des parties de cette figure, comptés successivement de chacune des extrémités, puisque la somme $a+b$ est donnée d'avance. On verra bientôt comment peuvent s'obtenir ces sommes triangulaires.

Mais Pascal remarque qu'il suffirait que l'on connût la distance des plans extrêmes, ou la balance, la somme triangulaire des poids pris à partir de l'une des extrémités et la somme de tous les poids pour pouvoir déterminer les distances des deux plans extrêmes au plan qui leur serait mené parallèlement, par le centre de gravité, ou les deux bras de la balance. En effet, les deux bras étant désignés par a et b, on a déjà

$$= \frac{\text{somme triangulaire } A_n, A_{n-1}, \ldots, A_1, B_1, B_2, \ldots, B_p}{\text{somme triangulaire } B_p, B_{p-1}, \ldots, B_1, A_1, A_2, \ldots, A_n}$$

$$= \frac{1 A_n + 2 A_{n-1} + \ldots + n A_1 + (n+1) B_1 + \ldots + (n+p) B_p}{1 B_p + 2 B_{p-1} + \ldots + p B_1 + (p+1) A_1 + \ldots + (p+n) A_n},$$

Il en résulte, par exemple,

$$\frac{a}{a+b}$$

$$\frac{1 A_n + 2 A_{n-1} + \ldots + n A_1 + (n+1) B_1 + \ldots + (n+p) B_p}{(n+p+1)(A_n + A_{n-1} + \ldots + A_1 + B_1 + \ldots + B_p)}.$$

Il est vrai que l'on ne pourrait rien tirer directement de cette formule où la somme $(A_n + A_{n-1} + \ldots + A_1 + B_1 + \ldots + B_p)$ est finie, mais où la fraction

$$\frac{1 A_n + 2 A_{n-1} + \ldots + (n+p) B_p}{n+p+1}$$

est le rapport de deux infinis. Quand Pascal s'en servira, il mul-
tipliera les deux termes du second membre par l'une des divisions
de la balance, division qui tend vers zéro, de sorte que, s'il pou-
vait énoncer son théorème, il dirait : l'un des bras est le quotient
de la somme des moments de tous les poids par rapport à l'extré-
mité du bras cherché, divisée par la somme de tous les poids ;
qui est la formule dont nous nous servons.

Pascal définit ensuite la *somme pyramidale* de quantités
rangées dans un ordre déterminé.

Soient A_1, A_2, A_3, ... les grandeurs considérées : leur somme
pyramidale est la somme des sommes triangulaires qu'elles four-
nissent, la première à compter de A_1, la seconde à compter
de A_2, ..., c'est-à-dire que

$$\begin{aligned}&\text{Somme pyramidale }(A_1, A_2, \dots)\\ &\quad = \text{somme triangulaire }(A_1, A_2, \dots)\\ &\quad + \text{somme triangulaire }(A_2, A_3, \dots)\\ &\quad + \text{somme triangulaire }(A_3, A_4, \dots) + \dots\end{aligned}$$

On voit que A_1 n'entre qu'une fois dans la somme pyramidale,
A_2 y a pour coefficient 3, A_3 y est répété 6 fois, etc., « selon
l'ordre des nombres triangulaires. »

Cela posé, si du double de la somme pyramidale on retranche
la première somme triangulaire, le reste

$$\begin{aligned}&\text{Somme triangulaire }(A_1, A_2, \dots)\\ &\quad + 2 \text{ sommes triangulaires }(A_2, A_3, \dots)\\ &\quad + 2 \text{ sommes triangulaires }(A_3, A_4, \dots) + \dots\end{aligned}$$

contiendra une fois A_1, 4 fois A_2, 9 fois A_3, etc., c'est-à-dire que
les coefficients de A_1, A_2, A_3. ... seront les quarrés des nombres
entiers consécutifs.

Pascal dit : « Cela est aisé par Maurolic; » c'est même aisé s Maurolic; seulement l'emploi de formules algébriques le dra plus clair.

a somme pyramidale contient A_n un nombre de fois égal à

$$1 + 2 + \ldots + n$$

$$\frac{n(n+1)}{2};$$

ouble de cette somme le contient donc

$$n(n+1) \text{ fois}$$

i de ce double on retranche la première somme triangulaire, le contient n fois, il ne restera que

$$[n(n+1) - n] \text{ fois } A_n \quad \text{ou} \quad n^2 A_n.$$

Mais, dit Pascal, la somme triangulaire (à retrancher du ble de la somme pyramidale) n'est qu'un indivisible à l'égard a somme pyramidale, puisqu'il y a une dimension de moins, ue c'est la même chose qu'un point à l'égard d'une ligne, qu'une ligne à l'égard d'un plan, ou qu'un plan à l'égard d'un de, ou enfin qu'un fini à l'égard de l'infini, ce qui ne change l'égalité. »

On peut donc regarder le double de la somme pyramidale de ndeurs

$$A_1, A_2, A_3, \ldots$$

nombre infini, comme égale à

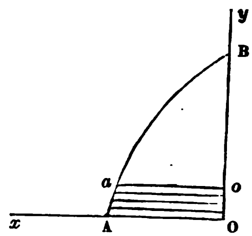
$$1^2 A_1 + 2^2 A_2 + 3^2 A_3 + \ldots.$$

Voici à quoi tendent ces considérations : soit AB (*fig.* 8) une

courbe quelconque rapportée aux deux axes rectangul
Oy : la figure OAB forme ce que Pascal appelle un *tril*
tangle.

Supposons OB divisé en une infinité de parties éga
nous appellerons l'une h, menons les abscisses de la co
les points de division, appelons ces abscisses $x_1, x_2, \ldots$

Fig. 8.



gnant la première à partir de OA; l'aire du triligne ser
sentée par

$$S_1 = h(x_1 + x_2 + \ldots);$$

cette aire diminuée de l'espace compris entre OA et la p
abscisse x_1 sera

$$S_2 = h(x_2 + x_3 + \ldots);$$

la même aire diminuée de l'espace compris entre OA
scisse x_2 sera

$$S_3 = h(x_3 + x_4 + \ldots);$$

etc.

Si l'on empile toutes ces aires en mettant entre leur
consécutifs la même distance h et plaçant chacune d'e
retrait à partir de OA, de façon qu'elle se projette sur le p
triligne, suivant son égale, elles formeront les sections de

es par des plans parallèles à celui du triligne, menés aux hau-
ars h, $2h$, $3h$, ..., dans le tronc de cylindre droit élevé sur le
ligne, que formerait le plan mené par OA sous l'angle de 45°
ec celui du triligne.

$S_1 h$, $S_2 h$, $S_3 h$, ... seront donc les volumes des segments inter-
ptés dans cet *onglet* entre les plans consécutifs considérés. Le
ume de cet onglet sera donc

$$h(S_1 + S_2 + S_3 + \ldots)$$

si l'on remet à la place de S_1, S_2, S_3 leurs valeurs,

$$h^2(x_1 + 2x_2 + 3x_3 + \ldots),$$

st-à-dire le produit de la somme triangulaire des abscisses par
quarré de l'intervalle laissé entre elles.

Si l'on voulait représenter la somme

$$h^2(x_1 + 2x_2 + 3x_3 + \ldots)$$

moyen des notations modernes, on l'écrirait d'abord sous la
me

$$h(hx_1 + 2hx_2 + 3hx_3 + \ldots)$$

remarquant que h, $2h$, $3h$, ... sont précisément les ordonnées
i correspondent aux abscisses x_1, x_2, ..., on la changerait en

$$h(y_1 x_1 + y_2 x_2 + y_3 x_3 + \ldots),$$

is en

$$h\Sigma yx;$$

fin, en remplaçant h par dy, on obtiendrait

$$\int xy\,dy$$

i représente bien en effet le volume de l'onglet en question,

considéré comme décomposé en segments par des plans parallèles à celui qui serait mené par OA perpendiculairement au plan du triligne.

On peut encore noter cette intégrale autrement : l'une des sommes S est une intégrale de la forme

$$\int x\,dy,$$

dans laquelle la limite supérieure est fixe, Y, par exemple, et la limite inférieure variable, y, si l'on veut. C'est donc une fonction de y, puisque Y est une constante. Supposons que cette fonction ait été obtenue et représentons-la par $f(y)$, de sorte que l'on ait trouvé

$$S = f(y):$$

la somme

$$h(S_1 + S_2 + S_3 + \ldots)$$

pourra alors être écrite sous la forme

$$\int f(y)\,dy,$$

et elle devra être prise entre les limites y_0 et Y, si y_0 désigne l'y à partir duquel doit être prise la somme triangulaire.

Quant à la somme pyramidale, qui est la somme des sommes triangulaires, elle n'est autre chose, pourvu qu'on n'omette pas le facteur h^2, que la somme des volumes placés dans le même tronc de cylindre au-dessus des plans menés aux distances h, $2h$, $3h$, ... du plan du triligne. C'est une somme d'onglets. Si on la double et qu'on la multiplie encore par h, on aura l'expression

$$h^3(1^2 x_1 + 2^2 x_2 + 3^2 x_3 + \ldots),$$

qui, dit Pascal, représente un *plan-plan*.

Si l'on veut noter cette somme sous forme d'intégrale, il n'y

l'à faire passer h^2 dans la parenthèse, ce qui donne

$$h[(1h)^2x_1+(2h)^2x_2+(3h)^2x_3+\ldots]$$

$$h(y_1^2x_1+y_2^2x_2+y_3^2x_3+\ldots)$$

encore

$$h\Sigma y^2x$$

enfin

$$\int xy^2\,dy.$$

Cette intégrale représentera le double de la somme pyramidale.
On peut aussi noter cette somme autrement : si l'on suppose 'on ait obtenu l'intégrale

$$\int_{y_0}^{Y} f(y)\,dy,$$

nt il vient d'être parlé, et qui représente la somme triangulaire artir de laquelle se forme la somme pyramidale, et, si l'on a uvé

$$\int_{y_0}^{Y} f(y)\,dy = F(y_0),$$

y) désignera une quelconque des sommes triangulaires qui trent dans la somme pyramidale; cette somme pyramidale sera nc représentée par

$$\int_{y_0}^{Y} F(y)\,dy.$$

Il est important d'observer que Pascal n'introduit jamais la vision h, qui doit finalement disparaître dans les rapports. est pourquoi il dit :

« La somme simple des abscisses fait un plan, leur somme iangulaire forme un solide qui est composé d'autant de plans

qu'il y a de divisions dans l'axe (OB) et leur somme pyramidale fait un plan-plan composé d'autant de solides qu'il y a de portions dans l'axe ; et ainsi autant qu'il y aura de divisions, il y aura aussi de solides, lesquels étant multipliés chacun par une des petites divisions de l'axe, formeront autant de petits plans-plans de même hauteur, qui tous ensemble font le plan-plan dont il s'agit et l'on ne doit pas être blessé de cette quatrième dimension, puisque, comme je l'ai dit ailleurs, en prenant des plans au lieu des solides, ou même de simples droites, qui soient entre elles comme les sommes triangulaires partielles, qui font toutes ensemble la somme pyramidale, la somme de ces droites fera un plan qui tiendra lieu de ce plan-plan. »

Nous ne sommes plus habitués à entendre des choses aussi compliquées. C'est pourquoi je pourrais dire à peu près comme Kepler : « Prenez donc pitié de moi qui les ai toutes lues dans l'espoir de vous les rendre intelligibles. »

La lettre à M. de Carcavi continue par la définition des *onglets* et *doubles onglets*, dont nous venons de donner, par anticipation, un avant-goût. L'onglet simple est le tronc de cylindre que nous avons défini.

« Soit un triligne rectangle AOB (*fig.* 8) dont celle qu'on voudra de OA ou OB, OB par exemple, sera l'axe et l'autre la base. Soient divisées en un nombre indéfini de parties égales OA, OB et AB et que les parties de OA soient égales à celles de OB et aussi à celles de AB, car il ne faut pas craindre l'incommensurabilité, puisqu'en ôtant d'une de deux grandeurs incommensurables une quantité moindre qu'aucune donnée, on les rend commensurables; soient maintenant menées, des points de division

l'axe et de la base, des perpendiculaires qui prendront les oms d'*ordonnées à l'axe* et d'*ordonnées à la base*, puis semblalement, des points de division de la courbe, des perpendiculaires l'axe et à la base, qui s'appelleront les *sinus de la courbe* à axe, et à la base ».

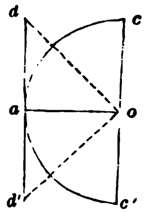
« Que l'on conçoive, comme précédemment, le cylindre droit ant le triligne pour base et qu'on le coupe par des plans menés ar OA et OB et inclinés de 45° sur le plan du triligne, les oncs du cylindre, séparés par ces plans, seront l'onglet de la ase et l'onglet de l'axe; et si l'on mène par les mêmes droites s plans inclinés aussi de 45°, au-dessous du plan du triligne, s comprendront, avec leurs symétriques, les doubles onglets de base et de l'axe. »

Cela posé, considérons par exemple le double onglet de axe OB, lequel est compris entre la surface cylindrique qui a our directrice AB, le plan mené par OA perpendiculairement au lan du triligne et les deux plans menés par OB à 45° de distance ngulaire du plan de ce triligne : ce double onglet aura un grand ombre de rapports remarquables avec le demi-solide qu'endrerait le triligne en tournant autour du même axe OB. En ffet, pour rendre l'explication plus claire, supposons que le emi-solide en question soit déterminé, dans le solide entier, par plan mené par OB perpendiculairement au plan du triligne et u'il soit à la gauche de ce plan mené par OB, de façon qu'il se rojette sur le plan du triligne suivant ce triligne lui-même.

Coupons l'onglet et le demi-solide par une infinité de plans erpendiculaires à OB et équidistants entre eux : la section faite ar un de ces plans parallèles dans le demi-solide sera un demiercle tel que *ocac'* (*fig.* 9) ayant pour rayon une des abscisses

de la courbe du triligne, et le même plan coupera le double onglet suivant le triangle isoscèle dod', où la base sera double de la hauteur.

Fig. 9.



L'aire du demi-cercle sera

$$\frac{1}{2}\pi\overline{oa}^2,$$

et celle du triangle,

$$a^2.$$

Le rapport des deux sections sera donc constant et égal à

$$\frac{\pi}{2}.$$

Ainsi :

1° Les volumes des deux corps seront dans le rapport

$$\frac{\pi}{2}.$$

2° Les centres de gravité du double onglet et du demi-solide seront sur le plan du triligne. C'est évident.

3° Ces centres de gravité seront également distants du plan élevé en O perpendiculairement à OB, puisque les segments

finitésimaux des deux corps, compris entre des plans parallèles ce plan de base, resteront toujours dans le même rapport.

4° Les distances des centres de gravité du demi-solide et du uble onglet à l'axe OB du triligne seront entre elles dans le pport

$$\frac{2}{\pi}.$$

En effet, les distances à cet axe OB des centres de gravité du mi-cercle *cac'* et du triangle *dad'* seront respectivement

$$\frac{4}{3\pi} oa \quad \text{et} \quad \frac{2}{3} oa,$$

nt le rapport est $\frac{2}{\pi}$.

5° Les surfaces courbes du demi-solide et du double onglet ront aussi entre elles dans le rapport

$$\frac{\pi}{2},$$

isque les sections faites par les mêmes plans parallèles au plan base, dans les deux surfaces, seront respectivement

$$\pi oa \quad \text{et} \quad 2 oa.$$

6° Les centres de gravité des surfaces courbes du demi-solide du double onglet seront évidemment tous deux sur le plan du iligne, et également éloignés de la base OA.

7° Les distances de ces centres de gravité à l'axe OB seront ntre elles dans le rapport

$$\frac{2}{\pi},$$

puisque les sections faites par les mêmes plans parallèles au plan de base auront leurs centres de gravité à des distances de l'axe OB respectivement égales à

$$\frac{2oa}{\pi} \quad \text{et} \quad oa.$$

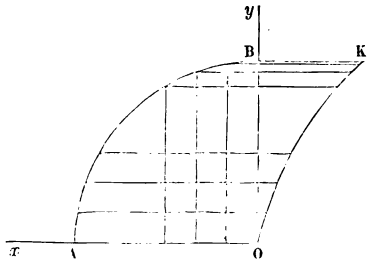
Ici finit la lettre à M. de Carcavi. On voit que Pascal r[illegible] ramener la théorie des figures de révolution engendrées par l'aire d'un triligne ou son contour à la théorie des volumes des doubles onglets ou de leurs surfaces courbes.

Traité des trilignes rectangles et de leurs onglets.

Propriété fondamentale. — Soit toujours (*fig.* 10) OAB un triligne rectangle, dont OB sera l'axe et OA la base; supposons comme précédemment l'axe et la base divisés en parties toutes égales ; imaginons les ordonnées à l'axe et à la base menées par les points de division ; par les points où les ordonnées à la base coupent la courbe, remenons des perpendiculaires à l'axe, qui s'appelleront les *contre-ordonnées* à l'axe; concevons encore, de l'autre côté du triligne, par rapport à l'axe, une figure quelconque BKO, comprise entre les parallèles AO et BK, figure qui s'appellera l'*adjointe* du triligne; enfin prolongeons jusqu'à la limite courbe de cette figure les ordonnées et les contre-ordonnées à l'axe: « *La somme des rectangles faits de chaque ordonnée à l'axe du triligne et de l'ordonnée de la figure adjointe, située sur la même droite, sera égale à la somme des segments interceptés dans la figure adjointe, depuis chaque contre-ordonnée prolongée, jusqu'à l'extrémité* O *de la figure adjointe.* »

C'est-à-dire, si nous appelons x_p une ordonnée quelconque à l'axe et x_{1p} l'ordonnée à l'axe de la figure adjointe, située sur la même droite ; x'_q une contre-ordonnée du triligne et x'_{1q} la contre-ordonnée de la figure adjointe, située sur la même droite ; enfin h l'une des divisions de l'axe ou de la base, et k_q la distance qui sépare les deux contre-ordonnées x'_q et x'_{q+1} ; on aura,

Fig. 10.



en désignant par n et n' les nombres de divisions de l'axe et de la base :

$$\Sigma_1^n x_p\, x_{1p} = \Sigma_1^{n'} x'_{1q}\, k_q + \Sigma_1^{n'-1} x'_{1q}\, k_q + \ldots + x'_1\, k_1.$$

Pour démontrer cette proposition, Pascal suppose la figure adjointe, KBO, relevée dans le plan mené par OB perpendiculairement au plan du triligne, et il imagine le solide compris entre la face KBO relevée ainsi, le triligne, le cylindre élevé sur l'arc AB, perpendiculairement au plan du triligne, et enfin le cylindre qu'engendrerait la ligne OA en glissant parallèlement à elle-même sur OK relevée.

Pascal dit que ce solide est le produit du triligne par la figure adjointe. C'est une locution vicieuse empruntée à Grégoire de Saint-Vincent; le théorème n'en est pas moins vrai. En effet

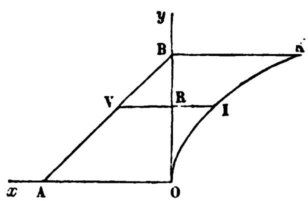
$x_p x_{1p}$ est évidemment l'aire de la section faite dans le
par le plan perpendiculaire à OB dont le rang est p à par
O, de sorte que

$$\Sigma_1^n x_p \, x_{1p} \, h$$

est lė volume du solide; d'un autre côté, chacune des intég
contenues dans le second membre de l'équation représen
portion de l'aire de la figure adjointe qui est comprise
l'extrémité O et une des contre-ordonnées; c'est donc la se
du solide par l'un des plans parallèles à celui qui est élevé sur
et si on la multiplie par la hauteur h, qui représente aussi
des divisions de OA, on aura le volume d'un des segment
solide, compris entre deux plans perpendiculaires à OA; le
duit par h du second membre de l'équation représente do
volume du solide, comme le premier.

Lemme. — Prenons pour triligne un triangle rectangle

Fig. 11.



scèle OAB, et pour figure adjointe la figure enfermée entr
BK égal à OB et la parabole du second degré, OK, d
sommet soit en O. L'aire ORI, qui entre dans le second m
de l'équation fondamentale, sera le quotient de $\frac{1}{3}\overline{OR}^3$ par

Si la parabole OK était de degré m, on aurait de même

$$\text{ORI} = \frac{1}{m+1}\frac{\overline{\text{OR}}^{m+1}}{\overline{\text{OB}}^{m-1}}.$$

C'est la formule de quadrature des paraboles de tous les degrés ıtiers.

Proposition I.

« La somme des ordonnées à la base est égale à la somme des données à l'axe. »

C'est l'équivalent de notre formule

$$\int y\,dx = \int x\,dy,$$

ɔisque Pascal suppose $dx = dy$.

Proposition II.

« La somme des quarrés des ordonnées à la base est double de somme des rectangles faits de chaque ordonnée à l'axe et de sa istance à la base. »

C'est-à-dire, en désignant par y une des ordonnées à la base, squelles sont en nombre n', et par x une des n ordonnées à l'axe,

$$\Sigma_1^{n'} y_p^2 = 2\,\Sigma_1^n (ph)\,x_p.$$

Car si, au lieu d'une figure quelconque, on prend pour figure ljointe du triligne un triangle rectangle isoscèle BKO, le preier membre de l'équation fondamentale se réduira à

$$\Sigma_1^n ph\,x_p,$$

ıisque chaque ordonnée de la figure adjointe sera égale à sa

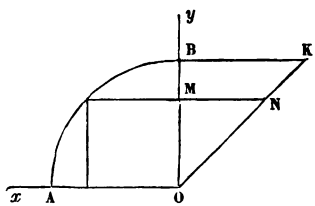
distance à la base, et les termes du second membre, qui seront les aires de triangles tels que OMN, auront respectivement pour valeurs les moitiés des quarrés des ordonnées à la base.

Cette proposition équivaut absolument à celle que traduirait notre formule

$$\int y^2\,dx = xy^2 - 2\int xy\,dy.$$

Car premièrement, dans l'hypothèse où raisonne Pascal, d'un arc terminé aux deux axes, xy^2 est nul à ses deux limites;

Fig. 12.



deuxièmement, Pascal ne donne jamais de signes aux accroissements de x et de y, en passant d'un point à un autre de la courbe. Enfin dx et dy étant supposés égaux, comme nous l'avons dit, Pascal les supprime comme facteur commun.

Corollaire. « Donc la somme des quarrés des ordonnées à la base est double de la somme triangulaire des ordonnées à l'axe, à commencer par la base. »

Proposition III.

« La somme des cubes des ordonnées à la base est triple (de la somme) des solides compris de chaque ordonnée à l'axe et du quarré de sa distance de la base. »

La démonstration est analogue à celle de la proposition II,

mais nous croyons avoir suffisamment indiqué le procédé géométrique que l'auteur emploie partout, et qui reste constamment le même; nous ne pourrions d'ailleurs le suivre de point en point sans tomber dans des longueurs indéfinies. Au reste, Pascal gagnera à être traduit en langage moderne, ses théorèmes en seront plus clairs et ils acquerront une importance qui a sans doute été appréciée des inventeurs du calcul intégral, mais qui, on peut le dire, n'était plus connue depuis longtemps.

La proposition III se traduirait par la formule

$$\int y^3 dx = xy^3 - 3\int xy^2 dy,$$

qui, en tenant compte des observations présentées plus haut, se réduit à

$$\Sigma y^3 = 3\,\Sigma xy^2.$$

Corollaire. « Donc la somme des cubes des ordonnées à la base est égale à six fois la somme pyramidale des ordonnées à l'axe, à commencer par la base. »

Proposition IV.

« On démontrera de même que la somme des quarrés quarrés des ordonnées à la base est quadruple de la somme des ordonnées à l'axe, multipliées chacune par le cube de sa distance de la base; et ainsi toujours. »

C'est l'équivalent du théorème général

$$\int y^m dx = xy^m - m\int xy^{m-1} dy.$$

Proposition V.

« La somme des solides compris du quarré de chaque ordonnée à la base et de sa distance de l'axe est égale à l

compris du quarré de chaque ordonnée à l'axe et de sa distance de la base. »

Théorème que nous traduirions par la formule

$$\int y^2 x\,dx = \frac{1}{2} x^2 y^2 - \int x^2 y\,dy.$$

Pascal donne de son théorème cet autre énoncé : « La somme triangulaire des quarrés des ordonnées à la base est égale à la somme triangulaire des quarrés des ordonnées à l'axe, en commençant toujours du côté du centre du triligne. » C'est évidemment la même chose.

Les propositions suivantes sont comprises sous le titre : *Rapports entre les sinus sur la base d'un triligne quelconque et les portions de sa ligne courbe comprises entre le sommet et les ordonnées à l'axe.*

Pascal suppose l'axe du triligne (l'axe et la base ne diffèrent, comme on a vu, que par le nom) et l'arc divisés en parties toutes égales. C'est-à-dire que $dy = ds$. Les sinus se distinguent des ordonnées à l'axe en ce qu'ils tombent des extrémités des divisions égales de l'arc, au lieu d'être élevés des extrémités des divisions égales de l'axe.

Proposition VI.

« La somme des arcs de la courbe compris entre le sommet (c'est le point que nous avons appelé B) et chaque ordonnée à l'axe est égale à la somme des sinus sur la base. »

Nous traduirions ce théorème par la formule

$$\int s\,dy = sy - \int y\,ds,$$

désignant un arc de la courbe du triligne. sy disparaissant aux
eux limites et dy égalant ds, il reste

$$\Sigma s = \Sigma y,$$

l'on ne tient pas compte des signes.

Pascal démontre son théorème en imaginant un autre triligne, nt la base serait la courbe rectifiée, et dont l'arc passerait par extrémités des sinus de la figure primitive, rapportés sur la uvelle base divisée en parties égales à celles du premier arc.

Proposition VII.

« La somme des quarrés de ces mêmes *arcs est égale à deux* s la somme triangulaire des mêmes *sinus, à commencer par* xe. »

C'est-à-dire

$$\int s^2 dy = s^2 y - 2\int s y\, ds;$$

Pascal aurait pu dire aussi bien, comme dans la proposition V, que la somme des quarrés des arcs est égale à deux fois la somme des rectangles formés de chaque sinus et de l'arc correspondant.

Proposition VIII.

« La somme des cubes de ces mêmes [illegible] est égale [illegible] somme pyramidale des mêmes [illegible] à commencer par [illegible]

C'est-à-dire

[illegible]

[illegible] que Σs^3 [illegible] deux fois [illegible]

Proposition IX.

« La somme triangulaire des mêmes arcs, à comm l'axe, est égale à la moitié de la somme des quarrés des sinus. »

C'est-à-dire

$$\int sy\,dy = \frac{1}{2}sy^2 - \frac{1}{2}\int y^2\,ds.$$

Proposition X.

« La somme pyramidale des mêmes arcs, à commen l'axe, est égale à la sixième partie (de la somme) des cul mêmes sinus. »

C'est-à-dire

$$\int sy^2\,dy = \frac{1}{3}sy^3 - \frac{1}{2}\int y^3\,ds,$$

parce que Σsy^2 fait deux fois la somme pyramidale des s.

Proposition XI.

« La somme triangulaire des quarrés des mêmes arcs, mencer de l'axe, est égale à la somme triangulaire des quar mêmes sinus. »

C'est-à-dire

$$\int s^2y\,dy = \frac{1}{2}s^2y^2 - \int y^2s\,ds;$$

c'est un peu monotone, mais il faut aller jusqu'au bout n'est pour le plaisir du lecteur, ce sera dans l'intérêt de Pa

Proposition XII.

« Je dis maintenant qu'en menant les sinus sur l'axe (des de division de l'arc en parties égales), la somme des rec

npris (de chacun) des mêmes arcs et de l'ordonnée qui le mine, est égale à la somme des portions du triligne comprises tre chaque sinus sur l'axe et la base. »

C'est l'équivalent de la formule

$$\int sx\,dy = s\int x\,dy - \int ds \int x\,dy.$$

rce que $s\int x\,dy$ s'annule aux deux limites du triligne, $\int x\,dy$ int nulle à l'une, et s à l'autre.

Proposition XIII.

« La somme des quarrés de chaque arc, multiplié par son donnée, est double de la somme triangulaire des mêmes porns du triligne, comprises entre chaque sinus sur l'axe et la se. »

C'est-à-dire]

$$\int s^2 x\,dy = s^2\int x\,dy - 2\int s\,ds\int x\,dy.$$

ême remarque.

Proposition XIV.

« La somme triangulaire des rectangles de chaque ordonnée ec son arc, à commencer par O, [illegible] somme de tous les solides compris de chaque arc, de l'ordonnée et de la distance entre l'ordonnée et la base, est égale a somme des portions du triligne, multipliées chacune par la as sur la base, c'est-à-dire par la perpendiculaire abaissée sur la se, du centre de gravité de la portion du triligne. »

C'est-à-dire

$$[illegible]$$

ou, en simplifiant,

$$\int sxy\,dy = s\int xy\,dy - \int ds \int xy\,dy,$$

mais Pascal ne fait pas la réduction, parce que

$$\frac{\int xy\,dy}{\int x\,dy}$$

a un sens direct.

Proposition XV.

« La somme des arcs multipliés chacun par le quarré de son ordonnée est double de la somme des portions du triligne multipliées chacune par son bras sur l'axe. »

C'est-à-dire

$$\int sx^2\,dy = s\int x^2\,dy - 2\int ds \frac{\int \frac{x^2}{2}\,dy}{\int x\,dy} \int x\,dy.$$

Même remarque; tous ces théorèmes sont étonnamment remarquables.

Les propositions suivantes sont comprises sous le titre: *Méthode générale pour trouver la dimension et les centres de gravité d'un triligne quelconque et de ses doubles onglets, par la seule connaissance des ordonnées à l'axe ou à la base.*

Voici la proposition générale par laquelle commence ce Chapitre et qui est facile à vérifier, les intégrales étant les mêmes de part et d'autre, en vertu des théorèmes précédents :

« Si l'on connaît dans un triligne toutes les choses suivantes:

1° la somme des ordonnées à l'axe,

2° la somme des quarrés de ces ordonnées,

3° la somme des carrés de ces ordonnées.

4° la somme triangulaire de ces ordonnées.

5° la somme triangulaire des carrés de ces ordonnées.

6° la somme pyramidale de ces ordonnées.

On connaîtra aussi la dimension et les centres de gravité tant du triligne que de ses doubles onglets; c'est-à-dire qu'on connaîtra aussi les choses suivantes :

1° la dimension de l'espace du triligne.

2° le bras du triligne sur l'axe.

3° le bras du triligne sur la base.

4° la dimension du double onglet de la base.

5° le bras de cet onglet sur la base.

6° le bras de cet onglet sur l'axe,

7° la dimension du double onglet de l'axe.

8° le bras de cet onglet sur la base,

9° le bras de cet onglet sur l'axe. »

Cette proposition générale est suivie de corollaires dont voici le principal :

« Si un triligne est tourné premièrement sur la base et ensuite sur l'axe, la distance entre l'axe et le centre de gravité du solide autour de la base est à la distance entre la base et le centre de gravité du solide autour de l'axe comme le bras du triligne sur l'axe est au bras du triligne sur la base. »

C'est-à-dire : si a et b désignent les coordonnées du centre de gravité du triligne, et que a_1 et b_1 désignent l'abscisse et l'ordonnée des centres de gravité des solides engendrés par le triligne dans ses deux révolutions successives autour de la base et autour de l'axe,

$$\frac{a}{b} = \frac{a_1}{b_1}.$$

En effet, si x et y désignent les coordonnées d'un point quelconque de l'arc du triligne et S la surface de ce triligne,

$$a = \frac{1}{2}\frac{\int x^2 dy}{S} \quad \text{et} \quad b = \frac{1}{2}\frac{\int y^2 dx}{S};$$

d'un autre côté,

$$a_1 = \frac{\int \pi y^2 x\, dx}{2\pi S b} \quad \text{et} \quad b_1 = \frac{\int \pi x^2 y\, dy}{2\pi S a};$$

par conséquent

$$\frac{a}{b} = \frac{\int x^2 dy}{\int y^2 dx}$$

et

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a}{b}\frac{\int y^2 x\, dx}{\int x^2 y\, dy};$$

en sorte que ce qu'il faut démontrer est que

$$\frac{\int y^2 x\, dx}{\int x^2 y\, dy} = 1;$$

or

$$\int y^2 x\, dx = \frac{1}{2}x^2 y^2 - \int x^2 y\, dy;$$

mais $\frac{1}{2}x^2 y^2$ est nul aux deux limites; par conséquent, au signe près,

$$\int y^2 x\, dx = \int x^2 y\, dy.$$

Enfin, il reste une série de propositions placées sous ce titre :

Méthode pour trouver la dimension et le centre de gravité de la surface courbe des doubles onglets, par la seule connaissance des sinus sur l'axe.

Le théorème fondamental consiste en ce que :

« Si on connait, dans un triligne,

1° la grandeur de sa ligne courbe,

2° la somme des sinus sur l'axe,

3° la somme des quarrés de ces sinus sur l'axe,

4° la somme des rectangles de ces mêmes sinus sur l'axe multipliés chacun par leur distance de la base

On connaitra aussi la dimension de la surface courbe du double onglet de l'axe et le centre de gravité de cette surface courbe [illegible] est-à-dire le bras de cette surface sur la base [illegible] éme surface sur l'axe. »

Cette proposition est facile à vérifier. Il suffit pour cela de remarquer que les arêtes de la surface cylindrique du double onglet de l'axe ne sont autre chose que les sinus de la courbe sur cet axe.

Propriétés des sommes simples, triangulaires et pyramidales

Première propriété. — Si l'on connait la somme simple, la somme triangulaire et la somme pyramidale des grandeurs [illegible] $A_1, A_2 \ldots A_n$ à partir de A_1, on connaitra les mêmes sommes pour les mêmes grandeurs à partir de [illegible]

Deuxième propriété. — Si les grandeurs [illegible] entées d'une même grandeur, on connaîtra les sommes simple, triangulaire et pyramidale des [illegible]

Troisième propriété. — [illegible] ulaire et pyramidale des grandeurs [illegible]

outre les sommes simple, triangulaire et pyramidale de leurs quarrés, on connaîtra les mêmes sommes pour les mêmes grandeurs augmentées d'une même grandeur.

Quatrième propriété. — Elle se rapporte au cas où les grandeurs considérées d'abord sont appliquées à d'autres grandeurs. Pascal ne prend pas le mot *appliquer* dans le sens que lui donnait Viète : appliquer deux grandeurs l'une à l'autre, c'est, pour lui, en faire un rectangle.

Traité des sinus du quart de cercle.

Pascal démontre d'abord que, si d'un point du quart de la circonférence on mène le sinus et la tangente, sur laquelle on prendra une longueur quelconque, le rectangle compris du sinus (on voit que les sinus sont encore des longueurs) et du segment pris sur la tangente sera égal au rectangle du rayon et de la projection du segment sur le diamètre auquel les sinus sont menés.

Cela posé, Pascal établit de proche en proche les propositions renfermées dans l'énoncé général suivant, qu'il donne d'ailleurs en terminant :

La somme des $m^{\text{ièmes}}$ puissances des sinus d'un arc quelconque du quart de cercle est égale à la somme des puissances $(m-1)$ des ordonnées de cet arc, comprises entre les sinus extrêmes, multipliée par le rayon.

Pour l'intelligence de cet énoncé, il faut supposer que l'arc a été divisé en parties égales, que les sinus ont été menés des points de division, que la distance des pieds des sinus extrêmes a été divisée en parties égales aux parties de l'arc et que les ordonnées ont été menées des points de division.

Le théorème général alors se traduit par la formule

$$R^{m+1}\int_{\varphi_0}^{\varphi}\sin^m\varphi\,d\varphi = R\int_{x=R\cos\varphi_0}^{x=R\cos\varphi} y^{m-1}\,dx,$$

y désignant une ordonnée du quart de cercle; mais Pascal supposant $R\,d\varphi$ égal à dx, les supprime dans les deux membres.

Si l'on fait dans cette formule $m = 1$, elle donne, en divisant par R^2,

$$\int_{\varphi_0}^{\varphi}\sin\varphi\,d\varphi = \Big[\cos\varphi\Big]_{\varphi_0}^{\varphi},$$

au signe près, dont Pascal ne tient jamais compte.

Si l'on y fait $m = 2$, elle donne pour

$$\int_{\varphi_0}^{\varphi}\sin^2\varphi\,d\varphi,$$

l'aire du segment du cercle de rayon 1, compris entre les sinus extrêmes, l'axe des x et l'arc du cercle.

Les démonstrations se font toujours par des considérations géométriques; nous ne les rapportons pas parce que, sur ce point, l'intérêt consiste surtout à savoir que Pascal soit allé aussi loin dans le calcul intégral.

Proposition V.

« Le centre de gravité de tous les sinus d'un arc quelconque, placés comme ils se trouvent, est dans celui qui divise en deux également la distance d'entre les extrêmes. »

Placés comme ils se trouvent signifie descendant des points qui divisent l'arc en parties égales; par conséquent le théorème signifie, en prenant les moments par rapport au diamètre paral-

lèle aux sinus considérés,

$$\frac{\int_{\varphi_0}^{\varphi} R\sin\varphi . R\,d\varphi . R\cos\varphi}{\int_{\varphi_0}^{\varphi} R\sin\varphi . R\,d\varphi} = \frac{R\cos\varphi_0 + R\cos\varphi}{2}$$

ou

$$\frac{\int_{\varphi}^{\varphi} \sin\varphi \cos\varphi\,d\varphi}{\int_{\varphi_0}^{\varphi} \sin\varphi\,d\varphi} = \frac{\cos\varphi_0 + \cos\varphi}{2},$$

ce qui est évident.

La démonstration de Pascal est analogue à celle que l'on donne pour le centre de gravité de la zone. Toutefois elle repose sur la considération d'intégrales étudiées dans le *Traité des trilignes*.

Proposition VI.

« La somme des rectangles compris de chaque sinus sur la base et du sinus sur l'axe est égale à la moitié du quarré de la distance d'entre les sinus extrêmes sur la base, multipliée par le rayon, lorsque l'arc est terminé au sommet. »

C'est-à-dire

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\varphi_0} R\sin\varphi . R\cos\varphi . R\,d\varphi = \frac{1}{2} R(R\cos\varphi_0)^2.$$

Même remarque que pour la proposition V. Pour noter l'intégrale, nous avons supposé l'angle φ_0 plus grand que $\frac{\pi}{2}$, afin de pouvoir prendre les lignes trigonométriques dans leur véritable acception.

Proposition VII.

« La somme triangulaire des sinus sur la base d'un arc quelconque terminé au sommet, à commencer par le moindre des sinus extrêmes, est égale à la somme des sinus du même arc sur la base, multipliée par le rayon, ou, ce qui est la même chose, à la différence d'entre les sinus extrêmes sur la base, multipliée par le carré du rayon. »

C'est-à-dire

$$\int_{\varphi_0}^{\frac{\pi}{2}} R\sin\varphi . R(\varphi-\varphi_0) R\,d\varphi = R\int_{\varphi_0}^{\frac{\pi}{2}} R\cos\varphi . R\,d\varphi$$
$$= R^2(R - R\sin\varphi_0)$$

$$\int_{\varphi_0}^{\frac{\pi}{2}} \sin\varphi(\varphi-\varphi_0)\,d\varphi = \int_{\varphi_0}^{\frac{\pi}{2}} \cos\varphi\,d\varphi = 1 - \sin\varphi_0,$$

qui est évident, puisque

$$\int_{\varphi_0}^{\frac{\pi}{2}} \sin\varphi(\varphi-\varphi_0)\,d\varphi = -[(\varphi-\varphi_0)\cos\varphi] + \int \cos\varphi\,d\varphi$$

que $(\varphi-\varphi_0)\cos\varphi$ est nul aux deux limites [illegible]

Les mêmes remarques subsistent que pour la proposition [illegible]

Proposition [illegible]

« La somme pyramidale des sinus [illegible] sommet, à commencer par le [illegible] rc surpasse la distance [illegible] cube du rayon. »

C'est-à-dire

$$\frac{1}{2}\int_{\varphi_0}^{\frac{\pi}{2}} R\sin\varphi . R^2(\varphi-\varphi_0)^2 R\, d\varphi = \left[R\left(\frac{\pi}{2}-\varphi_0\right) - R\cos\varphi_0\right] R^3,$$

ou

$$\frac{1}{2}\int_{\varphi_0}^{\frac{\pi}{2}} \sin\varphi(\varphi-\varphi_0)^2 d\varphi = \left(\frac{\pi}{2}-\varphi_0\right) - \cos\varphi_0;$$

ce qui est facile à voir, parce que, d'abord,

$$\frac{1}{2}\int_{\varphi_0}^{\frac{\pi}{2}} \sin\varphi(\varphi-\varphi_0)^2 d\varphi = -\frac{1}{2}[\cos\varphi(\varphi-\varphi_0)^2]_{\varphi_0}^{\frac{\pi}{2}} + \int_{\varphi_0}^{\frac{\pi}{2}} \cos\varphi(\varphi-\varphi_0) d\varphi$$

et se réduit à

$$\int^{\frac{\pi}{2}} \cos\varphi(\varphi-\varphi_0)\, d\varphi,$$

car $\cos\varphi(\varphi-\varphi_0)^2$ est nul aux deux limites $\varphi = \varphi_0$ et $\varphi = \frac{\pi}{2}$; ensuite parce que

$$\int_{\varphi_0}^{\frac{\pi}{2}} \cos\varphi(\varphi-\varphi_0)\, d\varphi = [\sin\varphi(\varphi-\varphi_0)]_{\varphi_0}^{\frac{\pi}{2}} - \int_{\varphi_0}^{\frac{\pi}{2}} \sin\varphi\, d\varphi$$

qui se réduit à

$$\frac{\pi}{2} - \varphi_0 + (\cos\varphi)_{\varphi_0}^{\frac{\pi}{2}}, \quad \text{ou} \quad \frac{\pi}{2} - \varphi_0 - \cos\varphi_0.$$

$\frac{\pi}{2} - \varphi_0$ est l'angle au centre correspondant à l'arc dont par Pascal.

Proposition IX.

« La somme des espaces compris entre l'axe et chacun des sin d'un arc terminé au sommet est égale, étant prise quatre fois,

ıarré de l'arc plus le quarré de la distance entre les sinus extrêmes, ultipliés chacun par le rayon. »

En effet, l'espace compris entre l'axe et le sinus correspondant l'angle au centre φ, compté à partir du sommet, est

$$\frac{R^2}{2}(\varphi + \sin\varphi\cos\varphi),$$

: sorte que l'énoncé du théorème se traduit par l'équation

$$4\int_0^{\varphi_0} R\, d\varphi\, \frac{R^2}{2}(\varphi + \sin\varphi\cos\varphi) = R^3(\varphi_0^2 + \sin^2\varphi_0),$$

ırce que, l'arc étant compté du sommet, ce que Pascal appelle nus est ce que nous nommons cosinus, et réciproquement, en rte que la distance des sinus extrêmes de Pascal est, en alité, $\sin\varphi_0$.

L'égalité précédente se réduit à

$$2\int_0^{\varphi_0} \varphi\, d\varphi + 2\int_0^{\varphi_0} \sin\varphi\cos\varphi\, d\varphi = \varphi_0^2 + \sin^2\varphi_0,$$

, ainsi, est évidente.

Proposition X.

« La somme triangulaire des mêmes espaces, prise quatre fois, commencer par le moindre sinus, est égale au tiers du cube de arc, plus la moitié du solide compris de l'arc et du quarré du ayon, moins la moitié du solide compris du moindre sinus, de la istance d'entre les extrêmes et du rayon : le tout multiplié par le ayon. »

Quatre fois la somme simple des espaces en question [illegible] ntre l'axe et le sinus (de Pascal) de l'angle au [illegible] du sommet.

c'est-à-dire son cosinus, est, d'après le théorème précédent,

$$R^2(\varphi^2 + \sin^2\varphi);$$

si nous comptons l'angle à partir du rayon OA, l'expression cédente devra être remplacée par

$$R^2\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)^2 + R^2\sin^2\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right);$$

cela posé, si nous appelons φ_0 le complément de l'angle con du sommet par Pascal, le quadruple de la somme triangul des espaces en question sera

$$\int_{\varphi_0}^{\frac{\pi}{2}} R\varphi\left[R^2\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)^2 + R^2\sin^2\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)\right]$$

ou

$$R^3\int_{\varphi_0}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)^2 + R^3\int_{\varphi_0}^{\frac{\pi}{2}}\sin^2\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)d\varphi;$$

c'est-à-dire

$$\frac{R^3}{3}\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_0\right)^3 + R^3\int_{\varphi_0}^{\frac{\pi}{2}}\sin^2\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)d\varphi$$

ou

$$\frac{R^3}{3}\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_0\right)^3 - R^3\int_{\varphi_0}^{\frac{\pi}{2}}\sin^2\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)d\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right);$$

mais

$$\int \sin^2 x\,dx = -\sin x\cos x + \int \cos^2 x\,dx,$$

d'où

$$\int \sin^2 x\,dx = -\frac{1}{2}\sin x\cos x + \frac{1}{2}\int dx;$$

et, par conséquent

[illegible]

Donc, en résumé [illegible]
[illegible]ulaire des espaces [illegible]

[illegible]

ou

[illegible]

φ désignant l'angle [illegible]

[illegible]

« La somme triangulaire [illegible]
conque, terminé au sommet [illegible]
est égale, étant prise [illegible]
de la distance entre les sinus [illegible]
quarré du rayon. »

En effet, Pascal a déjà trouvé [illegible]
de ces sinus, qui sont les cosinus [illegible]

[illegible]

ou, en rétablissant la notation adoptée dans la démonstration de la proposition précédente, afin d'éviter toute confusion,

$$\frac{1}{2}\mathrm{R}.\mathrm{R}\left(\frac{\pi}{2}-\varphi_0\right)+\frac{1}{2}\mathrm{R}\sin\left(\frac{\pi}{2}-\varphi_0\right)\mathrm{R}\cos\left(\frac{\pi}{2}-\varphi_0\right),$$

φ_0 désignant le complément de l'angle φ de Pascal.

On obtiendra donc la somme triangulaire cherchée en ajoutant les deux intégrales

$$\frac{1}{2}\int_{\varphi_0}^{\frac{\pi}{2}}\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)\mathrm{R}\,d\varphi$$

et

$$\frac{1}{2}\mathrm{R}^2\int^{\frac{\pi}{2}}\sin\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)\cos\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)\mathrm{R}\,d\varphi,$$

c'est-à-dire

$$-\frac{1}{2}\mathrm{R}^3\int_{\varphi_0}^{\frac{\pi}{2}}\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)d\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)$$

et

$$-\frac{1}{2}\mathrm{R}^3\int_{\varphi_0}^{\frac{\pi}{2}}\sin\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)\cos\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)d\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right),$$

dont les valeurs sont

$$\frac{\mathrm{R}^3}{4}\left(\frac{\pi}{2}-\varphi_0\right)^2 \quad \text{et} \quad \frac{\mathrm{R}^3}{4}\sin^2\left(\frac{\pi}{2}-\varphi_0\right);$$

le quadruple de la somme triangulaire des quarrés des sinus de l'arc $\mathrm{R}\varphi$ est donc bien

$$\mathrm{R}[(\mathrm{R}\varphi)^2+(\mathrm{R}\sin\varphi)^2].$$

pas cela pour ...

ésimale ...

de différentielle ...

des différentielles ...

ute que les intégrales ...

se trouvent aussi dans Pascal. Non seulement il considère une somme triangulaire comme une somme de sommes simples, mais il l'obtient, comme je l'ai fait par exemple dans la proposition X du *Traité des sinus*, par deux intégrations superposées.

Traité des arcs de cercle.

Les propositions contenues dans ce traité se rapportent à un triligne circulaire, c'est-à-dire à un demi-segment de cercle à une base. La demi-corde est la base du triligne, la flèche de l'arc est l'axe.

Presque toutes ces propositions sont très faciles et je me bornerai le plus souvent à en rapporter les énoncés, en les abrégeant.

Proposition I.

L'axe du triligne étant divisé en un nombre indéfini de parties égales, si l'on mène, par les points de division, les ordonnées à l'axe, lesquelles diviseront l'arc en parties : la somme de ces ordonnées (multipliée par leur intervalle) sera égale au rectangle du rayon et de la base; la somme de leurs quarrés (multipliée par le même intervalle) sera égale au solide fait du rayon et du triligne, augmenté du rectangle de sa base et de la différence entre son axe et le rayon du cercle; la somme des cubes des mêmes ordonnées (multipliée toujours par le même intervalle) sera aussi donnée; ainsi que la somme triangulaire des mêmes ordonnées, leur somme pyramidale et la somme triangulaire de leurs quarrés.

Proposition II.

Dans la proposition précédente, l'axe du triligne était supposé moindre que le rayon; Pascal le suppose maintenant plus grand.

Lemme I.

Si une aire plane S est divisée en parties $s_1, s_2, \ldots$ et si les
stances des centres de gravité de cette aire et de ses parties à un
:e contenu dans son plan sont $x, x_1, x_2, \ldots$, on aura l'égalité

$$Sx = s_1x_1 + s_2x_2 + \ldots$$

C'est le théorème des moments.

Lemme II.

Si un secteur circulaire est divisé en une infinité de petits sec
ırs égaux, les centres de gravité de ces petits secteurs seront dis-
bués également sur l'arc dont le rayon [illegible]
ron du secteur proposé.

Proposition III

Si l'on considère un secteur circulaire OAB, dont l'arc soit
isé en une infinité de parties égales, la somme des secteurs
npris entre le rayon OA et chacun de ceux qui aboutissent aux
points de division (multipliée par une des divisions) est égale
quart du quarré de l'arc AB, multiplié par le rayon.

Proposition IV

a somme triangulaire des mêmes secteurs multipliée par le
rré d'une des divisions, est égale au douzième du cube de l'arc,
ltiplié par le rayon.

Proposition V.

a somme des solides compris des mêmes secteurs et de leurs
respectifs sur OA (multipliée par une des divisions de l'arc)

est égale au produit du cube du rayon par le tiers de l'arc, diminué du tiers de son sinus-verse.

Proposition VI.

La somme des solides compris des mêmes secteurs et de leurs bras respectifs sur le rayon perpendiculaire à OA (multipliée toujours par une des divisions de l'arc) est égale au cube du rayon, multiplié par le tiers du sinus-verse de l'arc.

Proposition VII.

Si des points de division de l'arc on abaisse des perpendiculaires sur le rayon perpendiculaire à OA, lesquelles seront les cosinus des arcs compris entre l'extrémité A de l'arc et les points de division, la somme des triangles rectangles compris entre le rayon mené au point de division, le cosinus dont il vient d'être parlé et le sinus correspondant (multipliée par une des divisions de l'arc) sera égale au quart du produit du rayon par le sinus de l'arc entier.

Proposition VIII.

La somme triangulaire des mêmes triangles (multipliée par le quarré d'une des divisions de l'arc) sera égale au produit du cube du rayon par la huitième partie de l'arc, moins la huitième partie du produit du quarré du rayon par le rectangle du sinus et du cosinus de l'arc entier.

Proposition IX.

La somme des solides faits des mêmes triangles et de leurs bras respectifs sur OA (multipliée par une des divisions de l'arc) est égale au tiers du cube du rayon multiplié par le sinus de l'arc, moins

[illegible] comptes du point A [illegible].

Proposition [illegible]

[illegible] analogue [illegible] culaire à OA.

Proposition [illegible]

cette proposition et les [illegible]
le des trilignes circulaires [illegible]
te, dont AB est l'arc. [illegible]
n une infinité de parties [illegible]
nt menées les ordonnées [illegible]
ne successivement la somme des [illegible]
les arcs correspondants [illegible]
les de ces ordonnées et de ses quarrés [illegible]
ne des solides des quarrés [illegible]
ne triangulaire des rectangles [illegible]
correspondants chacune de ces [illegible]
ultipliée par une des divisions de [illegible]
et par le quarré de cette division [illegible]

Proposition [illegible]

riligne dépasse le quart [illegible]
les propositions [illegible] et [illegible]

Traité des solides circulaires

al y détermine les centres de gravité [illegible]
ur un triligne circul[illegible]

son axe et autour de sa base, les centres de gravité de la moitié du premier de ces solides et de sa surface, etc.

Traité de la roulette.

On comprendra sans peine que les problèmes de la roulette se trouvent d'avance résolus par les belles théories que nous avons essayé de résumer.

Nous ne suivrons donc pas Pascal dans l'application qu'il fait de sa méthode aux questions spéciales dont il s'agit.

Nous nous bornerons à cette observation que Pascal s'est strictement limité, dans sa théorie, à ce qui était nécessaire pour la résolution des questions qu'il avait en vue par rapport à la roulette. Cette théorie n'en forme pas moins un ensemble relativement complet et d'ailleurs très satisfaisant; mais beaucoup des parties qui la composent ne pourraient pas être utilisées dans des recherches différentes; par exemple, la théorie des onglets n'a trait qu'à l'évaluation des volumes des demi-solides de révolution et à la détermination de leurs centres de gravité. Or Pascal aurait probablement pu aborder avec quelque succès le problème général des quadratures, des cubatures, des rectifications et des centres de gravité.

Quant à l'invention des sommes triangulaires et pyramidales, elle est très belle et appartient à la méthode, considérée dans ce qu'elle a de plus général, puisqu'elle tendait à l'introduction des intégrales doubles et triples.

[illegible]

[illegible] Les [illegible]

[illegible] de l'air [illegible]

[illegible] rentes [illegible]

dans le corps.

occupa beaucoup [illegible]

cent, sur leur malignité ou leur bénignité relative, les saisons et l'état de l'atmosphère.

Il montra combien, dans un même pays, une même maladie peut varier aux diverses époques de l'année, et indiqua les changements à faire subir au traitement, selon les circonstances. « Il y a, dit-il, des maladies qui attaquent dans tous les temps ; mais il en est d'autres et en aussi grand nombre, qui suivent des temps particuliers de l'année. Très peu de médecins ont eu égard aux influences des saisons sur les maladies. »

Nous trouvons dans les *Révolutions de la médecine* de Cabanis ce jugement sur Sydenham : « Sa pratique fit une véritable révolution dans la Médecine. Ce fut le triomphe, non d'un génie transcendant qui renouvelle tout par des vues générales et hardies, mais d'un observateur qui pénètre avec sagacité, fouille avec sagesse et s'appuie toujours sur une méthode sûre. Les théories de Sydenham étaient, il faut l'avouer, mesquines, ou même fausses ; et hors de son empirique, dans lequel un instinct précieux lui tenait lieu de tout, ses idées étaient en général étroites ; cependant aucun médecin n'eut jamais une plus utile influence sur cette partie de l'art qui est le but de toutes les autres, sur la pratique ; aucun ne mérita mieux, à cet égard, le titre de régénérateur. »

Il inventa la préparation de laudanum qui porte son nom, et indiqua la meilleure manière de prendre le quinquina, c'est-à-dire après l'accès.

Sa doctrine générale était d'employer les débilitants dans les affections aiguës et les fortifiants dans les maladies chroniques.

JEAN DE WITT.

(Né en 1625, mort en 16[illegible])

Il s'était adonné avec succès à la Géométrie, avant de [illegible] part à la direction des affaires de son pays. Lié avec D[illegible] il s'était employé à répandre les méthodes de la nouvelle [illegible]trie et Schooten nous a conservé un traité de lui [illegible] *menta curvarum* en deux livres, dont le premier [illegible] théorie particulière des coniques et le second la [illegible] racines des équations, par des intersections de [illegible] détails nouveaux.

Il s'occupa aussi de la détermination de la [illegible] de la vie et du prix des rentes viagères.

On sait qu'il périt victime d'une [illegible] la maison d'Orange.

BARTHOLIN (ERASME).

(Né à Roskild en 1625, mort à [illegible])

Fils et frère de médecins connus et médecin lui-même, [illegible] enseigna tour à tour à Copenhague la Géométrie et la Médecine. Il est surtout connu pour avoir observé le premier et [illegible] le phénomène de la double réfraction, dans le spath d'Islande, qui resta, jusqu'à Huyghens, le seul corps nouveau possédant cette remarquable propriété.

Ses principaux ouvrages sont : *De cometis [illegible]* et 1665 ; *Experimenta crystalli Islandici* [illegible] *tiones æquationum* ; *Selecta geometrica* ; [illegible] *geometricis per Algebram solvendis dissertatio*[illegible].

Il était lié avec de Beaune et fut chargé par les héritiers de celui-ci de la collation et de la publication de ses manuscrits.

CASSINI (JEAN-DOMINIQUE).

(Né à Perinaldo, comté de Nice, en 1625, mort à Paris en 1712.)

Son éducation, faite chez les jésuites de Gênes, fut très soignée, particulièrement sous le rapport littéraire ; mais l'Astronomie, à laquelle il se trouva accidentellement initié par quelques lectures faites en dehors des leçons de ses maîtres, produisit sur lui une telle impression qu'il s'y adonna tout entier.

Sa vie n'est en quelque sorte composée que d'événements heureux. Dès sa sortie du collège, les protecteurs lui arrivent en foule ; il n'y a pas jusqu'aux religieuses qui ne s'en mêlent. Le sénateur de Bologne, marquis Malvasia, qui faisait construire un observatoire dans cette ville, l'appelle auprès de lui : il était un peu astrologue, Cassini a le bonheur de le ramener à des études plus sérieuses, et il s'en fait un ami dont l'influence lui vaut, à vingt-cinq ans, l'honneur d'être choisi par le Sénat pour succéder à Cavalieri dans la chaire d'Astronomie (1650). Bientôt après (1655), il obtient l'autorisation de faire disposer à l'église de Saint-Pétrone un immense gnomon. Ces appareils commençaient à être abandonnés en France ; mais la grandeur de celui-ci frappa les esprits et servit à la réputation de son auteur. Il est vrai que les observations qu'il put faire à l'aide de son gigantesque instrument permirent de constater avec plus d'exactitude qu'on ne l'avait encore fait la loi du mouvement du Soleil, et à confirmer un point fondamental de la théorie de Képler, savoir le

[illegible]issement du mouvement, durant le plus grand [illegible]
du Soleil, et l'accélération durant la période [illegible]
[illegible]ya cet appareil pour vérifier l'obliquité de [illegible]
supposait généralement de 23°30' et [illegible]
de 1660, à 23°28' [illegible] pour construire une [illegible]
[illegible]fractions. Il [illegible] la parallaxe du [illegible]
sible ; elle est en effet beaucoup plus petite [illegible]
es devanciers. Il [illegible] depuis, par d'autres [illegible]
e n'est guère que de [illegible], ce qui approche [illegible]
[illegible]gea aussi l'excentricité de l'orbite solaire. [illegible]
donné la valeur 0,018, et la réduisit à [illegible]
[illegible]ssini présentait au Pape, vers la même [illegible]
[illegible]ouvement spiral des planètes dans [illegible]
[illegible]

[illegible]st assez singulier qu'aucun [illegible]
[illegible]e puisse permettre de [illegible]
tème de Copernic. Il paraît [illegible]
[illegible]me prudente qu'un [illegible]
[illegible]55, sur sa maison, rue [illegible]
[illegible]e qui en décore la façade : [illegible]
[illegible]ssini avait fait sur la comète [illegible]
[illegible] qui néanmoins avait [illegible]
[illegible]rition de celle de [illegible]
; Cassini, sans observation [illegible]
[illegible]de pour résoudre [illegible]
[illegible]lire à la reine la [illegible]
de tomber à peu près [illegible]
[illegible]rajectoire rectiligne [illegible]
ment varié. Ces hypothèses [illegible]

mal avec la réalité, lors du moins que la comète est suffisamment éloignée de son périhélie.

De 1664 à 1667, il détermina avec assez d'exactitude les du des rotations de Jupiter, de Mars et de Vénus, et donna ses premières *Éphémérides* des satellites de Jupiter, qu'il revit et perfectionna plus tard en France.

Louis XIV le mit au nombre des membres de l'Académie des Sciences, et le *Journal des Savants* publia, bientôt après, théorie de la libration de la Lune, qui est un de ses bons travaux d'observation.

En 1669, le Pape, cédant aux sollicitations de la France permit à Cassini d'accepter la direction de l'Observatoire de Paris. On lui conserva les appointements de ses places en Italie, et Colbert lui fit donner, en France, une pension de 9000 livres.

De 1671 à 1673, il découvrit quatre nouveaux satellites de Saturne (Huyghens avait découvert le sixième) et détermina les périodes de leurs révolutions; ce sont le huitième, ou le plus éloigné de la planète, qui fait sa révolution en $79^{j},33$; le cinquième, qui n'y emploie que $4^{j},52$; le quatrième, qui y met seulement $2^{j},74$; et le troisième, qui achève la sienne en $1^{j},89$. (Le premier et le second ont été découverts par Herschel, le septième par M. Lassell, en 1848.)

Il avait déjà observé la lumière zodiacale en 1668; il l'étudia de nouveau en 1683, et reconnut qu'elle se trouve dans l'équateur solaire. De 1683 à 1700, il s'occupa de prolonger la méridienne de Picard.

De cette simple énumération des travaux de Cassini, il ressort que ce savant n'a rien ajouté aux théories astronomiques. Il a

les hyperboles les plus outrées pour vanter ses mauvais opuscules sur les comètes.

On a de Cassini un grand nombre de mémoires et de dissertations qui n'ont jamais été réunis en corps d'ouvrage. Nous citerons : *Observationes cometæ* (Modène, 1653, in-fol.); *Opera astronomica* (Rome, 1666, in-fol.), où se trouvent tous les opuscules qu'il avait publiés jusqu'à cette date; *Découverte de deux nouvelles planètes autour de Saturne* (Paris, 1673); *De l'origine et du progrès de l'Astronomie* (1693); *Règles de l'astronomie indienne;* les *Hypothèses et les tables des satellites de Jupiter.*

Cassini avait écrit lui-même sa vie, qui a été insérée dans les *Mémoires pour servir à l'Histoire des Sciences,* par Cassini de Thury.

BUONO (PAUL DEL).

(Né à Florence en 1625, mort à Vienne vers 1662.)

Disciple de Galilée, il institua des expériences pour démontrer l'incompressibilité de l'eau et s'occupa beaucoup de faire éclore les œufs par la chaleur artificielle; il est mort président de la Monnaie à Vienne.

REDI (FRANCISCO).

(Né à Arezzo en 1626, mort à Pise en 1698.)

Il reçut à Pise le grade de docteur. Il obtint peu après les bonnes grâces du grand-duc, Ferdinand II, qui le nomma son premier médecin, et de son frère le prince Cardinal Léopold, fondateur de l'Academia del Cimento.

Il débuta par des recherches sur le venin de la vipère où il démontrait que ce venin est inoffensif lorsqu'on l'avale et ne devient dangereux que lorsqu'il est directement porté dans le sang, par la morsure par exemple.

Il s'occupa ensuite beaucoup de la génération ; presque tous les naturalistes de son temps croyaient à la génération spontanée des animaux inférieurs qui naissent sur les débris des matières organiques et animales. « Si j'expose à l'air, par un temps chaud, les viandes, elles fourmillent de vers au bout de peu de jours, dit Redi ; on prétend que ces vers sont nés spontanément de la chair corrompue; mais si je place les mêmes matières dans un vase dont je ferme l'ouverture avec une fine gaze, les vers ne se forment plus et cependant les matières se putréfient comme auparavant, il en résulte que les vers ne sont pas engendrés par la corruption et qu'il en faut attribuer la formation à quelque chose qui est arrêté par la gaze. Mais la gaze n'arrête ni les fluides aériformes ni les liquides; ce quelque chose doit donc consister en particules solides trop grosses pour traverser les mailles de la gaze. »

Redi aperçut bientôt après, sur la gaze, les œufs des mouches qui avaient essayé de pénétrer jusqu'à la viande.

Les œuvres de Redi ont été publiées en trois volumes à Venise en 1712.

BOYLE (ROBERT).

(Né à Lismore (Irlande) en 1627, mort à Londres en 1691.)

Il ouvre la série des chimistes modernes, et fut également un physicien très distingué.

C'est chez lui que se forma le premier noyau de la Société royale de Londres, sous Charles II.

Boerhave l'appelle l'ornement de son siècle. Ses écrits parurent d'abord en anglais en 1661, 1663 et 1669; ils furent traduits en latin et publiés à Cologne en 1668, à Venise en 1695 à Genève en 1714. Il en existe aussi une édition en français publiée à Paris, en 1679. La dernière édition, la plus complète a été donnée à Londres, en 1744, et forme cinq volumes in-folio

Boyle fut un des partisans les plus convaincus de la nécessité de recourir à l'expérience dans toutes les recherches physico-chimiques et même médicales; il attribuait à l'action des ferments, dans les phénomènes vitaux, une importance à laquelle on n'a ajouté foi que beaucoup trop tard.

Sans bien savoir quels pouvaient être les corps simples, il admettait qu'il pût y en avoir un certain nombre.

Il n'acceptait que sous bénéfice d'inventaire les analyses faites par le feu : « ainsi, dit-il, le bois de gaiac brûlé à feu nu se réduit en cendres et en suie, tandis que, distillé, il donne de l'huile, du vinaigre, de l'eau, du charbon et des gaz. » Et ailleurs : « Vous composez du savon avec de la graisse et de l'alcali; mais ce savon chauffé dans une cornue donne des éléments tout nouveaux, qui ne ressemblent ni à la graisse ni à l'alcali employés. »

Il a le premier caractérisé la différence qui existe entre les simples mélanges et les combinaisons : « Dans un mélange, chacun des corps conserve ses propriétés caractéristiques; tandis que, dans une combinaison, ils les perdent. Ainsi le sucre de Saturne est formé d'une combinaison de vinaigre et de litharge qui n'ont ni l'un ni l'autre la saveur sucrée.

Il attira vivement l'attention sur le rôle de l'air atmosphérique dans les réactions chimiques, par des expériences faites avec

Il disait : « Si les hommes avaient plus à cœur les progrès de l vraie Science que leur propre réputation, il serait aisé de leu faire comprendre que le plus grand service qu'ils pourraien rendre au monde, ce serait de mettre tous leurs soins à faire d expériences, à recueillir des observations, sans chercher à établ aucune théorie. »

Sans doute les théories auxquelles songe Boyle sont destiné à s'écrouler bientôt les unes sur les autres, mais elles rende au moins le service, en passionnant les uns et irritant les autre de stimuler le zèle de tout le monde à la recherche des preuv pour ou contre. Au reste, c'est une chimère d'espérer que les e prits actifs, après avoir réduit en théorie les questions acce sibles, résisteront à la tentation de faire des théories sur les que tions inaccessibles. Le cerveau humain a horreur du vide.

MALPIGHI (MARCEL).

(Né près de Bologne en 1628, mort à Rome en 1694.)

Il fut successivement professeur à Bologne, à Pise et à Messin puis devint premier médecin d'Innocent XII. Il s'est illust par ses études des tissus animaux et végétaux, à l'aide du micro scope. Il reconnut que les poumons se composent d'une mult tude de cellules en communication avec les bronches. En exam nant des poumons de grenouilles, il remarqua, dit M. Papillon ([1] que le sang chassé par le cœur circule dans les vaisseaux d

(1) Histoire de la Philosophie moderne dans ses rapports avec le dévelo pement des sciences de la nature, ouvrage posthume publié par M. Charl Lévêque, Membre de l'Institut. Hachette 1876.

TABLE ALPHABÉTIQUE